数学C

第２章　「式と曲線」

9. 2次曲線と直線の共有点

hmc-2-9

(pdf ファイル)

式と曲線（1）学習マップ

2次曲線

- 軌跡
- 軌跡としての放物線
- 軌跡としての楕円
- 軌跡としての双曲線
- 2次曲線・円錐曲線
- 2次曲線と直線の共有点
- 曲線の平行移動
- 2次曲線の焦点・準線
- 2次曲線の接線

二次曲線と直線の共有点の個数

　楕円 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ と直線 $y=x+k$ の共有点の個数は，定数 k の値によってどのように変わるだろうか？

　楕円と直線の方程式から y を消去して得られる x の方程式は

　考えるべき共有点の個数は，この方程式の実数解の個数に等しい．

判別式の値による共有点の個数の分類

方程式　$3x^2+4kx+2(k^2-2)=0$　の判別式を D とすると，

$$\frac{D}{4}=$$

より，楕円と直線の共有点の個数は次のようになる．

$D>0$ すなわち

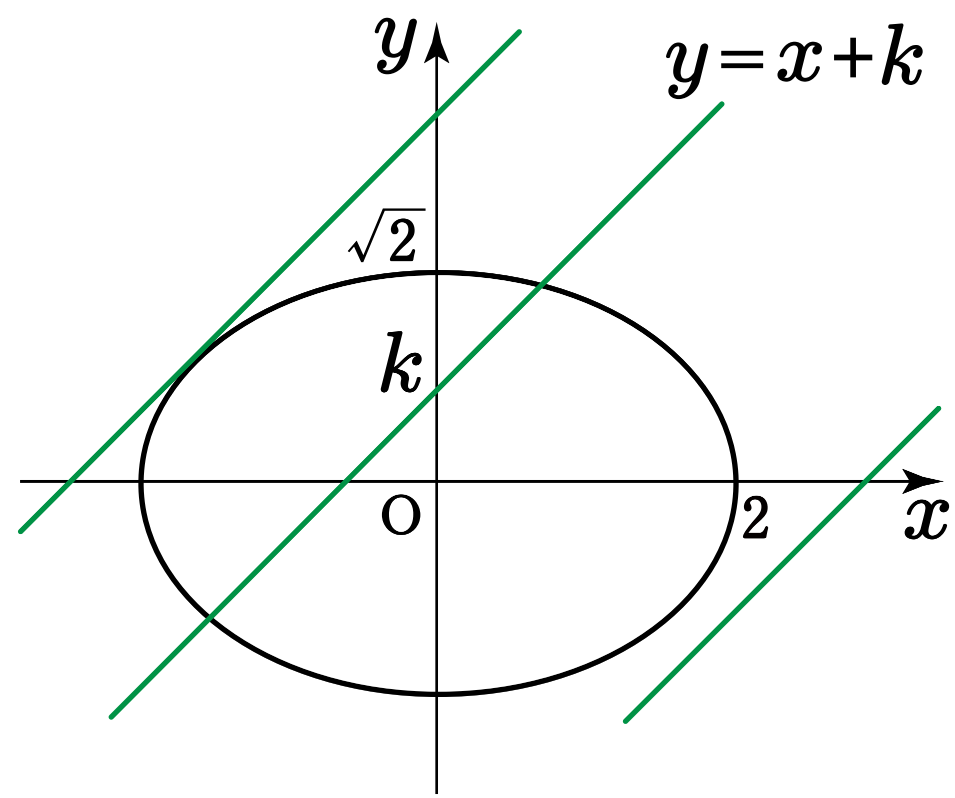
　$|k|<$　　のとき　個

$D=0$ すなわち

　$k=$　　のとき　個

$D<0$ すなわち

　$|k|>$　　のとき　個



例題

双曲線 $x^2 - y^2 = 1 \cdots$ ① と
直線 $y = 2x + k \quad \cdots$ ②
が接するように，k の値を定めよ.

【解】② を ① に代入して

整理すると

双曲線 ① と直線 ② が接するから，この方程式の判別式 D について，

$$D/4 =$$

が成り立つ．これを解いて,