数学C

第１章　「行列とその応用」

21. 一般の対称移動と行列

---

hmc-1-21

(pdf ファイル)

行列の応用 学習マップ

連立１次方程式への応用

- 解が求められる場合
- 解が求められない場合

行列の表す移動 (1次変換)

- 線対称移動
  - 特別の直線
  - 原点を通る一般の直線
- 回転移動
  - 原点対称移動
  - 原点のまわりの回転移動
- 相似拡大
- 一般の１次変換
  - 線型性
- 移動の合成
  - 対称移動どうし
  - 回転移動どうし
  - 対称移動と回転移動
  - 回転移動と相似拡大

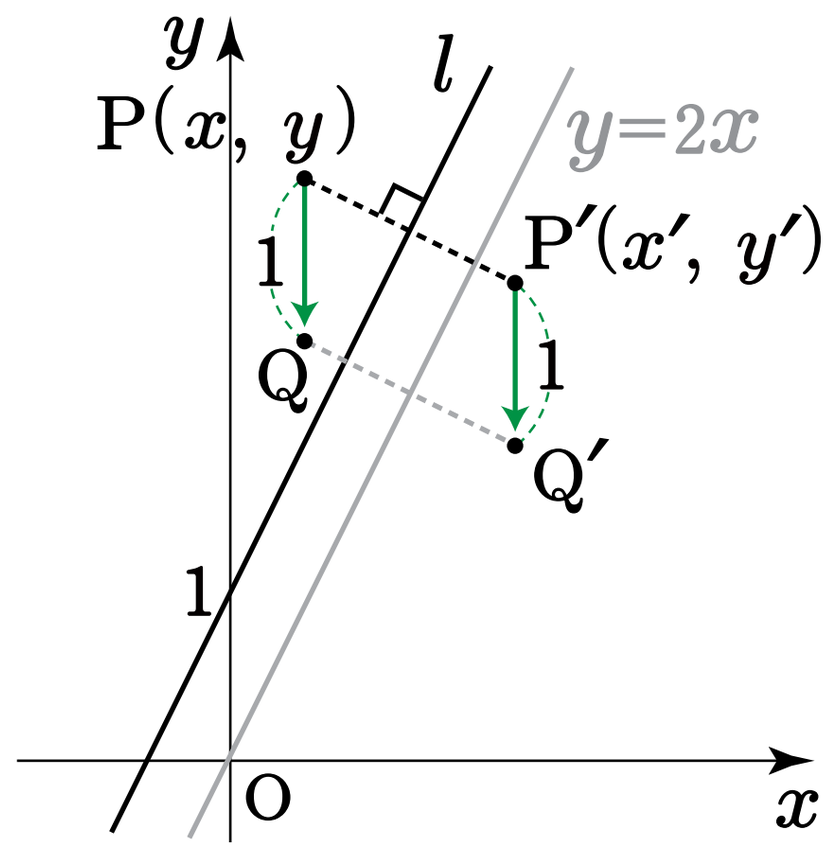
【発展】

- １次変換による直線の像
- 縮退する１次変換
- 平行移動と１次変換

【探究】一般の直線についての対称移動

直線 $l : y = 2x + 1$ を対称軸とする対称移動について考えよう．この移動によって，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が点 $\mathrm{P}'(x',\ y')$ に移るとする．

y 軸方向に -1 だけ平行移動すると，直線 l は原点を通る直線 $y = 2x$ に移るので，この平行移動によって P, P' が移る点をそれぞれ Q, Q' とすると，これらは直線 $y = 2x$ について対称な位置にある．



Q, Q' は，それぞれベクトルに対応させると

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

と表されるから，直線 $y = 2x$ についての対称移動を表す行列を A とすると，

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = A \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

したがって，

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

注 $(x,\ y)$ をこのような $(x',\ y')$ に移す変換は１次変換ではない.