

## 数学C

### 第1章 「行列とその応用」

## 19. 回転拡大

---

# hmc-1-19

(pdf ファイル)

# 行列の応用 学習マップ

## 連立1次方程式への応用

- 解が求められる場合
- 解が求められない場合

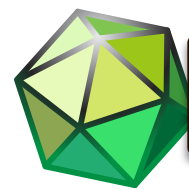
## 行列の表す移動 (1次変換)

- 線対称移動
  - 特別の直線
  - 原点を通る一般の直線
- 回転移動
  - 原点对称移動
  - 原点のまわりの回転移動
- 相似拡大

- 一般の1次変換
- 線型性
- 移動の合成
  - 対称移動どうし
  - 回転移動どうし
  - 対称移動と回転移動
  - 回転移動と相似拡大

## 【発展】

- 1次変換による直線の像
- 縮退する1次変換
- 平行移動と1次変換



## 【発展】 回転拡大

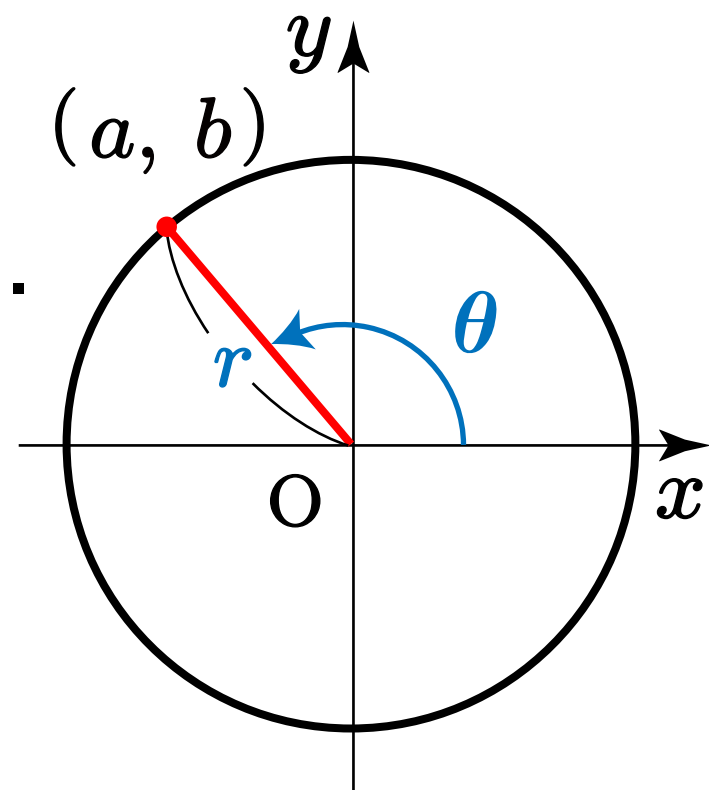
行列  $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  は,  $a = b = 0$  以外するとき

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$  として

$$r \cos \theta = a, \quad r \sin \theta = b$$

となる  $\theta$  をとると, 次のように表せる.

$$\begin{aligned} A &= r \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$



したがって,  $A$  は, 原点  $O$  を中心とする角  $\theta$  の回転移動と,  $r$  倍の相似拡大を合成した移動を表す.



# 【発展】回転拡大の例

行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  について,

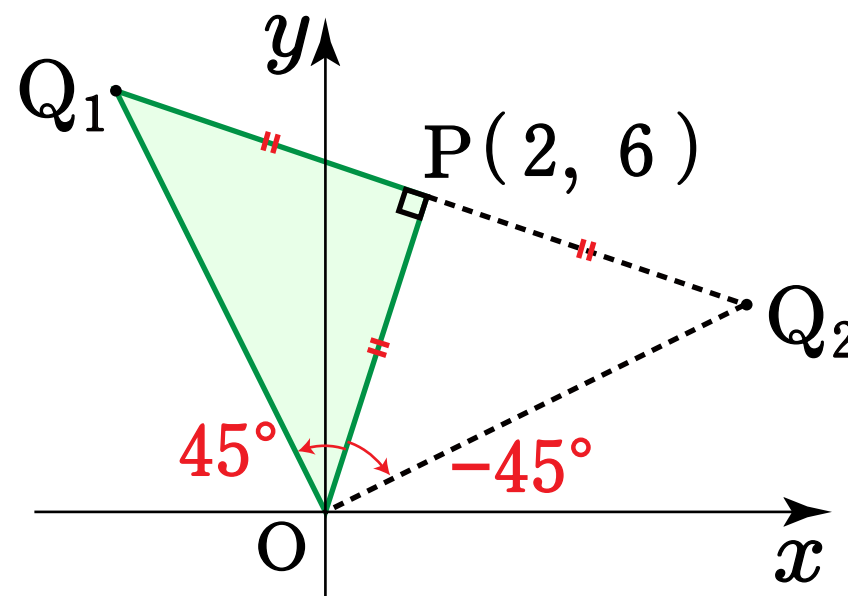
$A =$

したがって、 $A$  は原点  $O$  を中心とする  $\sqrt{2}$  の回転  
と  $\sqrt{2}$  倍の相似拡大を合成した移動を表す。

## 例題

原点  $O$ , 点  $P(2, 6)$  に対し,  $\triangle OPQ$  が  $OQ$  を斜辺とする直角二等辺三角形となるような点  $Q$  を求めよ.

【解】  $OP$  を, 原点を中心として  $\pm 45^\circ$  回転して,  $\sqrt{2}$  倍したものが  $OQ$  となればよい.  
この移動を表す行列を  $A$  とすると,



$A =$

よって,  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} =$

したがって  $Q$  の座標は

または