

第2章 「ベクトル」

25. 空間ベクトルの外積

hmb-2-25

(pdf ファイル)

【発展】空間ベクトルの外積

空間ベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ に対し,

$$\vec{c} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

と表されるベクトル \vec{c} を, \vec{a} と \vec{b} の **外積** といい, $\vec{a} \times \vec{b}$ で表す.

例 $\vec{a} = (2, -1, 2), \vec{b} = (-1, 2, 2)$ に対し,

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-2 - 4, -2 - 4, 4 - 1)$$

$$= (-6, -6, 3) = -3(2, 2, -1)$$

$$\vec{b} \times \vec{a} =$$

$$\text{また, } |\vec{a}| = \quad |\vec{b}| = \quad |\vec{a} \times \vec{b}| =$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \quad \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) =$$

【発展】空間ベクトルの外積の性質

ベクトルの外積は次の性質をもつ.

- $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

- $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a}$

- $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{b}$

- $|\vec{a} \times \vec{b}|$ は,

$$\sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

すなわち, \vec{a} , \vec{b} の張る平行四辺形の面積に等しい.

