

第2章 「ベクトル」

24. 空間ベクトルの直交条件

hmb-2-24

(pdf ファイル)

ベクトルの垂直条件

ベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ の垂直についても、平面の場合と同様に次のことが成り立つ。

$$\begin{aligned}\vec{a} \perp \vec{b} &\iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ &\iff a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0\end{aligned}$$

例 空間の基本ベクトル $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ について

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 = 0$$

例題

2つのベクトル $\vec{a} = (2, -1, 2), \vec{b} = (-1, 2, 2)$ の両方に垂直で大きさが3のベクトルを求めよ.

【解】 求めるベクトルを $\vec{c} = (x, y, z)$ とおく.

まず, 条件 $\vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b} \perp \vec{c}$ より

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \\ \vdots \end{cases} \begin{cases} \dots \textcircled{1} \\ \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ② より,


$$y = x, \quad z = -\frac{x}{2}$$

ゆえに, $\vec{c} = \left(\quad \right)$ と書ける.

ここで, 条件 $|\vec{c}| = 3$ すなわち $|\vec{c}|^2 = 9$ より

したがって, 求めるベクトルは