

24. 漸化式の応用

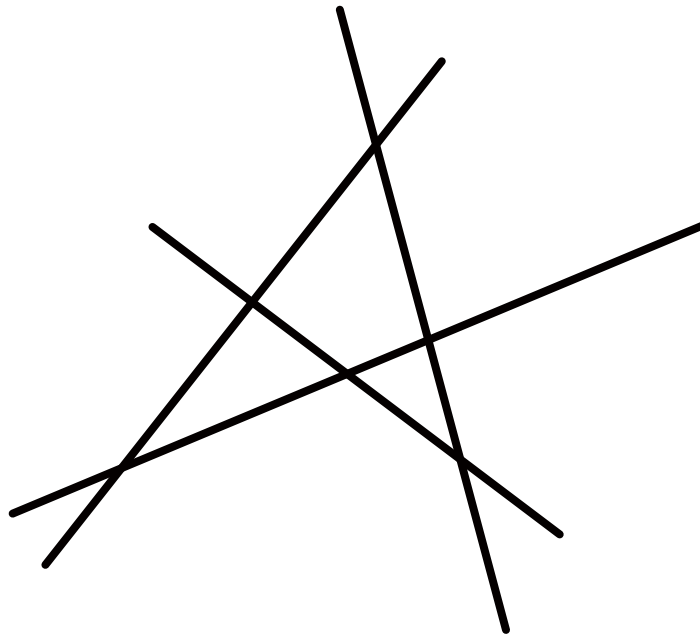
hmb-1-24

(pdf ファイル)

漸化式の応用

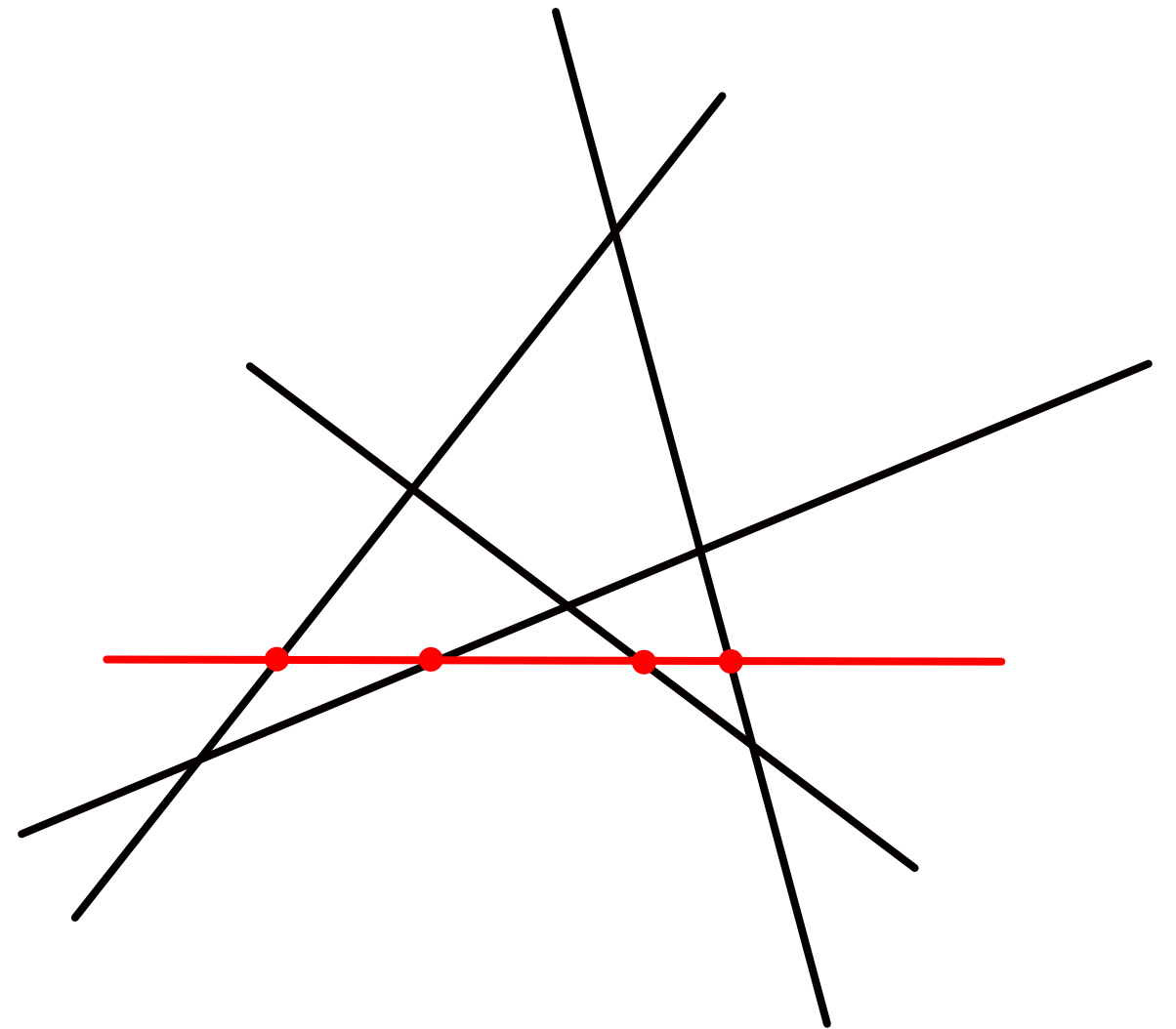
例題

平面上に n 本の直線があって、それらのどの2本も平行ではなく、また、どの3本も1点で交わることはない。これらの n 本の直線によって分けられる平面の部分の個数を a_n とするとき、 a_n を n の式で表せ。



【解】 1本の直線で平面は2つの部分に分けられるから、 $a_1 = 2$ である.

次に、 k 本の直線によって平面が a_k 個の部分に分けられているとき、新たにもう一本の直線 l をひくと、 l は、すでにある k 本の直線と交わる k 個の点によって $(k + 1)$ 個の部分（詳しくは $k - 1$ 個の線分、2個の半直線）に分けられる.



この直線 l の $k + 1$ の部分は、それぞれが含まれる平面の部分をそれぞれ 2 つに分けるので、直線 l を加えたことにより、平面の部分の個数は \quad 個だけ
する。したがって、

$$a_{k+1} - a_k = \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

これより、 $n \geq 2$ のとき、

$$a_n =$$

この式は $n = 1$ のときも成り立つ。したがって、

$$a_n =$$