数学B

第１章　「数列」

19. 数列和の応用問題

hmb-1-19

(pdf ファイル)

学習マップ

数列の基本概念

最も基本的な数列

- 等差数列
- 等比数列

応用的数列

- いろいろな数列
- 群数列の考え

数列についての基本操作

数列についての基本操作

- 第 n 項までの和, $\sum$ 記号
- 階差数列

回帰的定義

- 漸化式
- 数学的帰納法

例題

和 $S_n=\sum_{k=1}^{n} k\cdot 2^{k-1}$ を求めよ.

【解】$S_n = 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots+n\cdot 2^{n-1} \quad \cdots ①$

と書き下し，① の両辺に2をかけると，

$$2S_n = \qquad 2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^n \cdots ②$$

① から ② をひくと

$$-S_n = (1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1})-n\cdot 2^n$$

$$=$$

よって， $S_n =$

例題

　1から始まる正の奇数の列を，次のように，1個，2個，3個，$\cdots$ の数を含む群にわける．

$$1 \;\big|\; 3 \quad 5 \;\big|\; 7 \quad 9 \quad 11 \;\big|\; 13 \quad 15 \quad 17 \quad 19 \;\big|\; 21 \;\cdots$$

　このとき，次の問に答えよ．

(1) 第 n 群の最初の数を求めよ．

(2) 第 n 群に含まれる数の和を求めよ．

第1群には　　個

第2群には　　個

第3群には　　個

$\cdots$

の奇数が含まれている．

群の生成規則

【解】(1)　一般に，第 k 群は k 個の奇数を含むから，
第 $n-1$ 群までに含まれる奇数は，全部で

$$1+2+3+4+\cdots+(n-1)= \qquad\qquad (\text{個})$$

である．よって，第 n 群の最初の数は，奇数の列で

個目にあたる数であるから，その値は，

(2) 第 n 群は初項　　　　　　，公差　　，項数
の等差数列をなすから，その和は