数学A

第１章　「集合と論理」

1. 部分集合・共通部分・和集合

hma-1-1

(pdf ファイル)

EDUPA

部分集合の考え方

(I)　「2は6の約数である」は正しい.

「6の約数は2である」は正しくない.

(II)　「4の倍数は偶数である」は正しい.

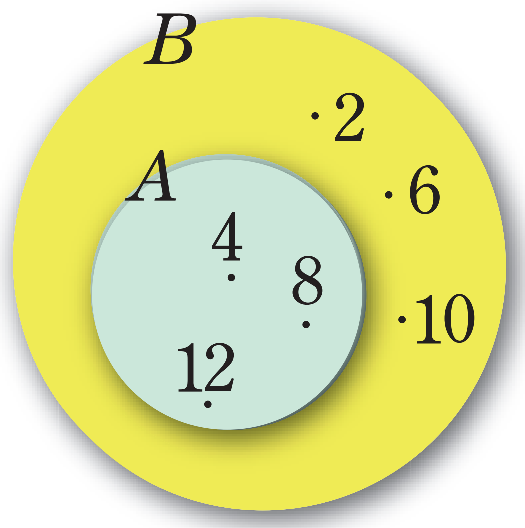
「偶数は4の倍数である」は正しくない.

(I) の違いは, 要素と集合の考えを用いて表せた.

(II) の違いは, 部分集合の考えを利用すると的確に表現できる.

部分集合

$\{\ x \mid x$ は4の倍数$\}$ を A，$\{\ x \mid x$ は偶数$\}$ を B とおくと，
集合Aの要素はすべて集合Bに属している．



部分集合：このように，**集合Aのどの要素をとってもそれが集合 B に属している**とき，A はB の **部分集合** (subset) であるといい，$A \subset B$　または　$B \supset A$ と表す．

例

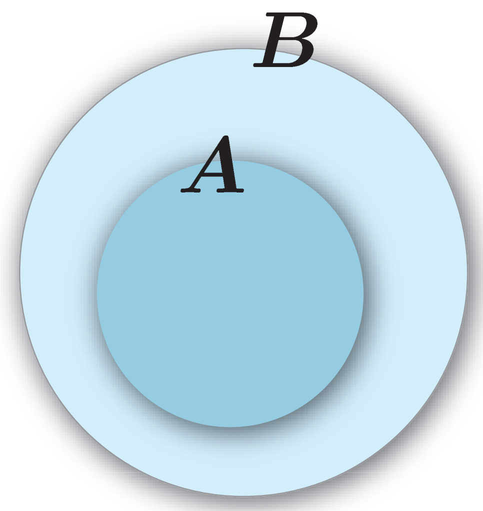
(1) $A = \{\, n \mid n$ は6の約数$\,\}$

$B = \{\, n \mid n$ は12の約数$\,\}$

とすると,

$$A \subset B$$

である.



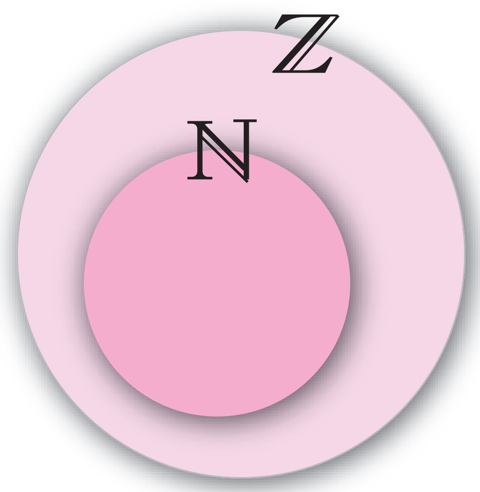
(2) 自然数全体の集合を $\mathbb{N}$

整数全体の集合を $\mathbb{Z}$

とおくと,

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

である.



集合の相等，包含関係

集合A, Bの要素全体が同じであるとき，AとBとは**等しい**といい，$A = B$で表す．

$A = B$とは，

$$A \subset B \quad \text{かつ} \quad B \subset A$$

であることと同じである．

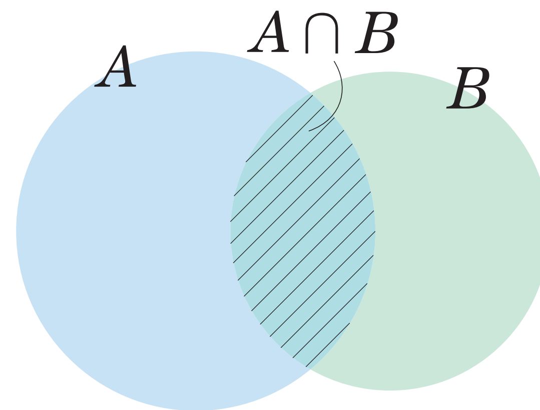
注 $\subset$, $=$などで表される集合の間の関係を**包含関係**という．

空集合

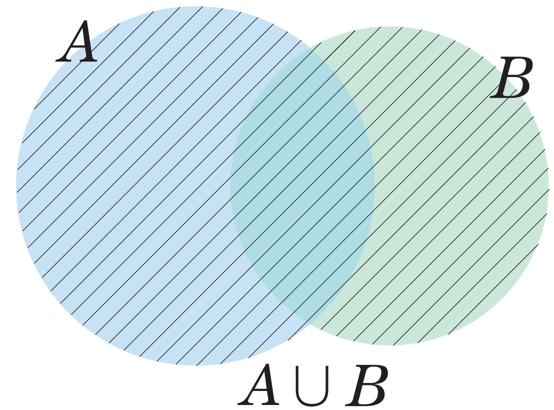
要素を1つも持たない集合 $\{\quad\}$ を**空集合** (empty set) といい，ϕ や $\emptyset$ という記号で表す．

$\boxed{\text{注目！}}$　**空集合はどのような集合の部分集合にもなっている**，と考える．すなわち，**どのような集合 S に対しても，$\phi \subset S$ である．**

共通部分・和集合



共通部分： 集合 A, B のどちら
にも属している要素の集合を，
A と B の**共通部分**または**交わり**
といい，$A \cap B$ で表す．

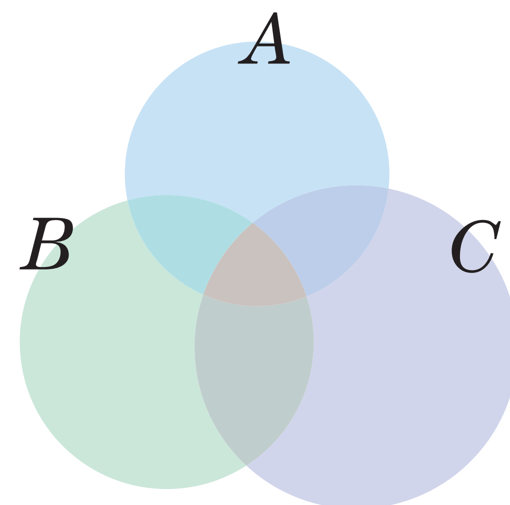


和集合 ： 集合 A, B の少なくとも
一方に属する要素の集合を，
A と B の**和集合**または**結び**といい，
$A \cup B$ で表す．

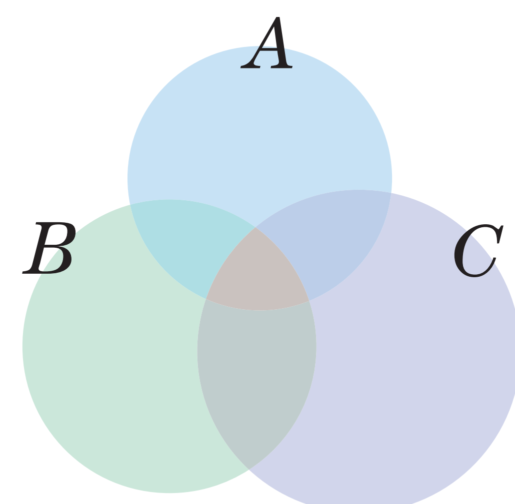
例 $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 10\}$，$B = \{3,\ 5,\ 8,\ 10,\ 12\}$
とすると
$A \cap B = \{3,\ 5,\ 10\}$, $A \cup B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8,\ 10,\ 12\}$

３個以上の集合の共通部分・和集合

３個以上の集合についても共通部分や和集合を考えることが できる.
すなわち,
３つの集合 A, B, C の どれにも属する要素の集合 を $\boxed{A \cap B \cap C}$ で表す.



また, A, B, C の少なくとも１つに属する要素の集合を $\boxed{A \cup B \cup C}$ で表す.



例

$$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$$
$$B = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$$
$$C = \{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$$

とすると,

$$A \cap B \cap C =$$

$$A \cup B \cup C =$$