

第 6 章 「積分法の応用」

8. 複雑な回転体の体積

hm3-6-8

(pdf ファイル)



積分法の応用 学習マップ

求積問題

■ 面積

- カヴァリエリの原理
- 積分変数のとり方
- 媒介変数表示と面積

■ 体積

- 体積計算の基本原則
- 回転体

基本型, 発展型

- 非回転体

■ 【発展】弧長, 道のり

定積分の理論

■ 定積分と数列和の評価

- 原理: 定積分と不等式
- 単調関数の積分の性質

■ 区分求積法

- 区分求積法とは
- 区分求積法の応用

関数方程式

- 定積分が定める関数
(積分方程式)

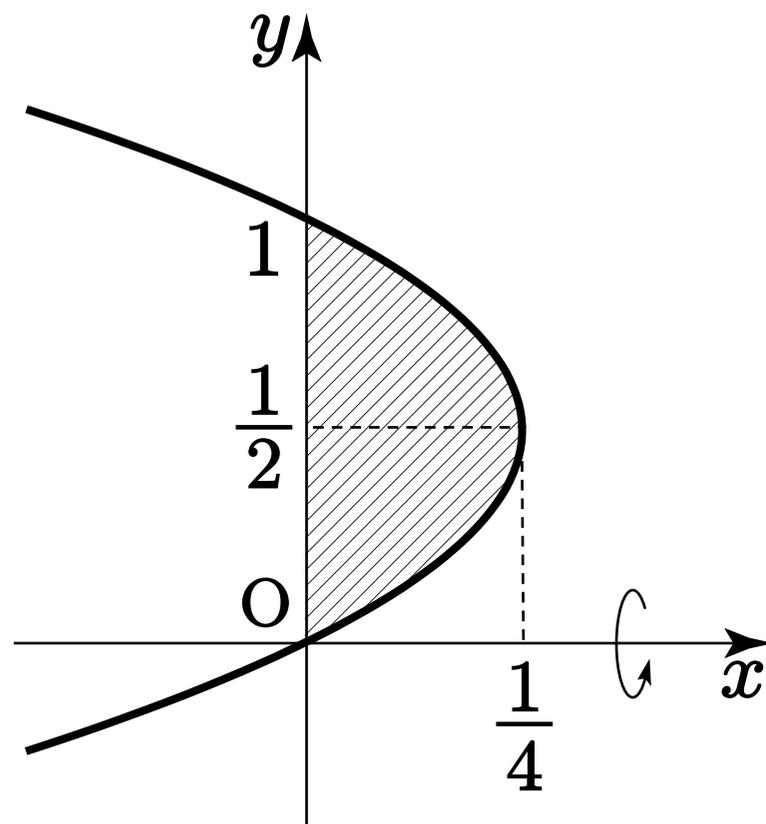
- 【発展】微分方程式



複雑な立体の体積

例題

曲線 $x = y(1 - y)$ と y 軸が囲む部分を x 軸のまわりに1回転してできる立体 K の体積 V を求めよ。



第1段階 (準備)

【解】

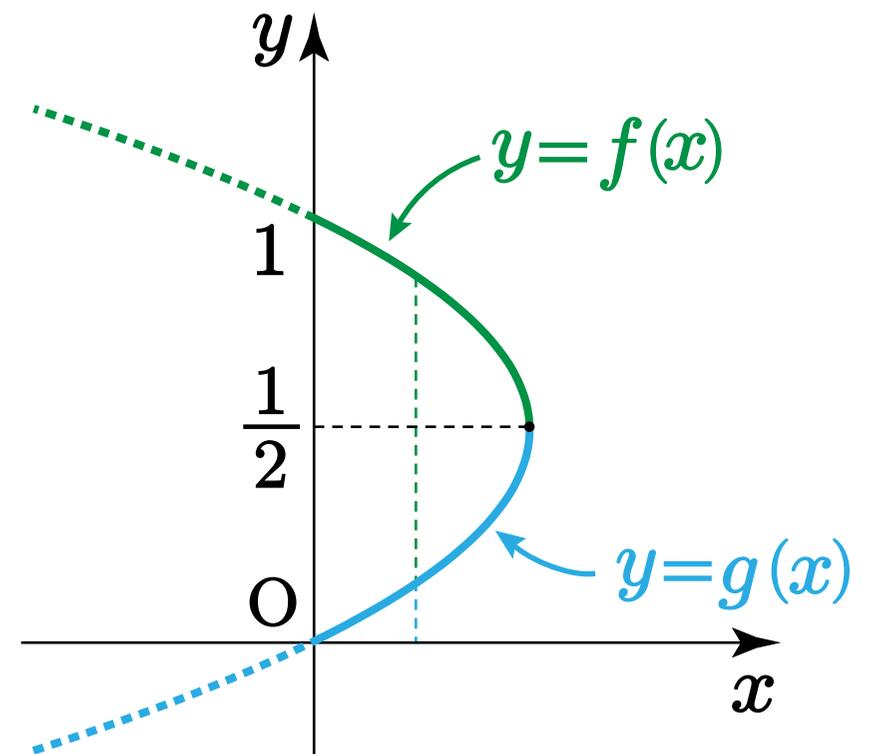
$x = y(1 - y)$ を y について
解くと,

となる. $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ の範囲で,

$f(x) =$

$g(x) =$

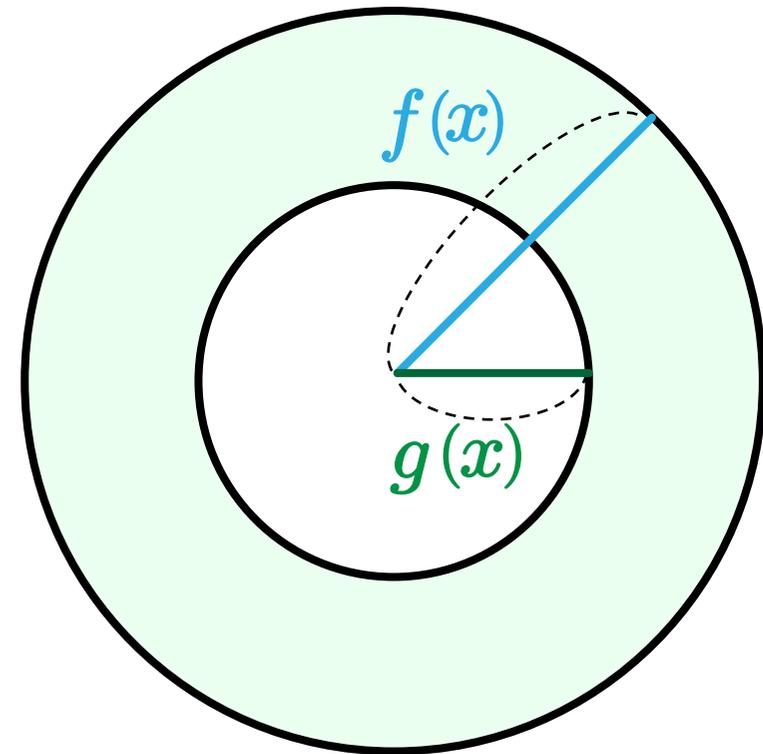
とおく.



第2段階（断面図）

x 座標が x である点で x 軸に垂直に立てた平面による K の断面は，図のような同心円ではさまれた図形であり，その面積は，

$$S(x) =$$



で与えられる。

第3段階 (積分による体積の計算)

よって、 K の体積は、

$$V =$$

となる。