数学 III

第6章 「積分法の応用」

5. 定積分と体積(基本)

hm3-6-5

(pdf ファイル)

電子法の応用 学習マップ

求積問題

- ■面積
- カヴァリエリの原理
- ●積分変数のとり方
- ・媒介変数表示と面積
- 体積
- 体積計算の基本原理
- 回転体基本型,発展型
- 非回転体
- ■【発展】弧長, 道のり

定積分の理論

- 定積分と数列和の評価
- 原理:定積分と不等式
- ●単調関数の積分の性質
- ■区分求積法
- ●区分求積法とは
- 区分求積法の応用

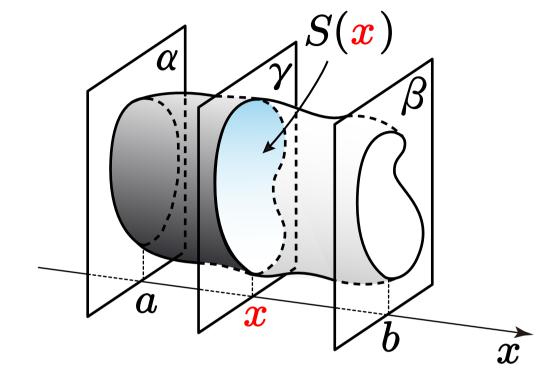
関数方程式

- 定積分が定める関数 (積分方程式)
- ■【発展】微分方程式



ある立体と、x軸に垂直な2平面 α , β が、右の図のように与えられたとする。 α , β とx軸の交点の座標を、それぞれ a,b とする。

さらに、x軸上の座標がxの点でx軸に垂直に立

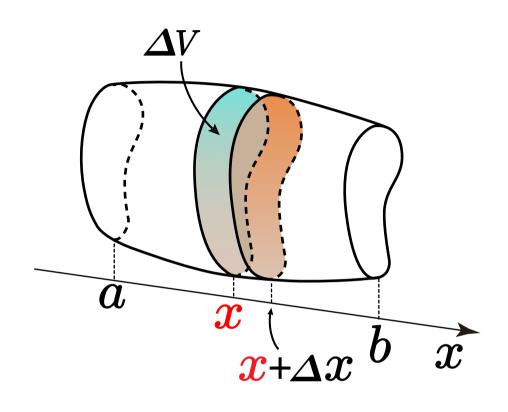


てた平面を γ とし、 γ によるこの立体の断面積をS(x)とする。また、2平面 α,γ ではさまれた立体の部分の体積をV(x)とする。

の微小質の心心質の心心質の心心質の心心質の心心質の心心質の心心性の心心を言いる。

xの増分 Δx に対する V の増分を

 $\Delta V = V(x + \Delta x) - V(x)$ と書けば、 Δx がきわめて小さい正の数のとき、 ΔV は、底面積S(x)、高さ Δx の立体の体積にきわめて近い。



そして、 Δx を0 に限りなく近づけると、

$$\lim_{\Delta x o 0} rac{\Delta V}{\Delta x} = S(oldsymbol{x})$$
,すなわち

$$rac{dV}{dx} = S(\mathbf{x})$$

V(x)はS(x)の原始関数の一つ

そこで、S(x) の1つの原始関数 F(x) が求められた

とすれば、Cを積分定数として

$$V(x) = F(x) + C$$

のように書ける.

x=a のとき,平面 γ は平面 lpha と一致するから, \overrightarrow{x} V(a)=0

$$C = -F(a)$$

よって、平面 $\alpha(x=a)$ と平面 $\beta(x=b)$ とで挟まれた立体の部分の体積は、

$$V(b) = F(b) - F(a) = \int_a^b S(x) dx$$

となる.



立体の体積と定積分

x軸に垂直な平面による断面 積がS(x)である立体の2平面 x=a, x=bの間にある部分 の体積Vは

$$V = \int_a^b S(x) \; dx$$



ただし、a < b とする.

