

第 6 章 「積分法の応用」

25. 発展 大学以上での積分論

hm3-6-25

(pdf ファイル)



【発展】現代の微積分学の立場

厳密な積分学では，まず初めに，区間 a, b で連続な関数 $f(x)$ に対し，区分求積法に基づいて **定積分**

$$\int_a^b f(x) \, dx \text{ を定義する.}$$

次に，このような定積分で定義される $\int_a^t f(x) \, dx$ を積分区間上端 t の関数と見て， $\Phi(t)$ とおいたとき，これが $f(t)$ の原始関数の1つである（すなわち， $\Phi'(t) = f(t)$ ，いいかえると

$$\frac{d}{dt} \int_a^t f(t) \, dx = f(t)$$

が成り立つ) という定理 (**微積分学の基本定理**) を証明する.

与えられた関数 $f(x)$ に対し，その原始関数の 1 つ $F(x)$ を何らかの手段で見つけることができれば，原始関数のもつ基本性質（定数差の不定性）に基づく

$$\Phi(t) = F(t) + C$$

と

$$\Phi(a) = 0$$

とから

$$\int_0^t f(x) \, dx = \left[F(x) \right]_a^t$$

と計算できる，と話を展開するのが一般的である．

不定積分というあいまいな概念を用いることなく，定積分の計算法が確立できる．