

第 6 章 「積分法の応用」

23. 積分方程式

hm3-6-23

(pdf ファイル)



積分法の応用 学習マップ

求積問題

■ 面積

- カヴァリエリの原理
- 積分変数のとり方
- 媒介変数表示と面積

■ 体積

- 体積計算の基本原則
- 回転体

基本型, 発展型

- 非回転体

■ 【発展】弧長, 道のり

定積分の理論

■ 定積分と数列和の評価

- 原理: 定積分と不等式
- 単調関数の積分の性質

■ 区分求積法

- 区分求積法とは
- 区分求積法の応用

関数方程式

- 定積分が定める関数
(積分方程式)

- 【発展】微分方程式

例題

$$f(x) = \int_0^x e^{x-t}(t+1) dt$$

とおくとき、 $f'(x) - f(x)$ を求めよ.

【解】 $f(x) =$

と変形して、この両辺を、 x で微分すると、

$$f'(x) =$$

したがって、 $f'(x) - f(x) =$

例題

次の等式が成り立つように，関数 $f(x)$ および定数 a を定めよ.

$$\int_0^x f(t) \, dt = e^{-x^2} + a \quad \cdots (*)$$

【解】 $(*)$ の両辺を x で微分すると，

また， $(*)$ の両辺に $x =$ を代入すると
したがって， $a =$

注意 $f(x) = -2xe^{-x^2}$ がわかったら，

$$\int_0^x (-2te^{-t^2}) \, dt =$$

のように直接計算して， $a =$ を導くこともできる.

例題

次の等式が成り立つように，関数 $f(x)$ を定めよ．

$$f(x) = \cos x \cdot \frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt + \sin x \quad \cdots (*)$$

【解】 $a = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt \quad \cdots \textcircled{1}$

とおくと， $(*)$ は $f(x) = a \cos x + \sin x$ を意味する．このとき， $\textcircled{1}$ は，次式の成立を意味する．

$$a = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (a \cos t + \sin t) dt$$

すなわち， $a =$
したがって， $f(x) =$