数学 III

第 6 章　「積分法の応用」

22. 微積分法の基本定理

hm3-6-22

(pdf ファイル)

積分法の応用　学習マップ

求積問題

■ 面積

- カヴァリエリの原理
- 積分変数のとり方
- 媒介変数表示と面積

■ 体積

- 体積計算の基本原理
- 回転体
  基本型，発展型
- 非回転体

■【発展】弧長，道のり

定積分の理論

■ 定積分と数列和の評価

- 原理：定積分と不等式
- 単調関数の積分の性質

■ 区分求積法

- 区分求積法とは
- 区分求積法の応用

関数方程式

■ 定積分が定める関数
（積分方程式）

■【発展】微分方程式

定積分が定める関数

a を定数とすると，定積分 $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$ は x の関数となる．

$f(x)$ の原始関数の 1 つを $F(x)$ とすると，定積分の定義から

$$\int_a^x f(t)\ dt =$$

である．

この両辺を x で微分すると

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\ dt =$$

微積分法の基本定理

微分と定積分の関係

連続関数 $f(x)$ に対し，

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\ dt = f(x)$$

ただし，a は定数である．

例 $$\frac{d}{dx}\int_{-\pi}^x \sin^2 t\ dt = \sin^2 x$$

注意 この等式を示すためには $\displaystyle\int_{-\pi}^x \sin^2 t\ dt$ を計算する必要がまったくない！