数学 III

第６章 「積分法の応用」

21. 区分求積法の逆利用

hm3-6-21

(pdf ファイル)

積分法の応用　学習マップ

求積問題

■ 面積
- カヴァリエリの原理
- 積分変数のとり方
- 媒介変数表示と面積

■ 体積
- 体積計算の基本原理
- 回転体
  基本型，発展型
- 非回転体

■【発展】弧長，道のり

定積分の理論

■ 定積分と数列和の評価
- 原理：定積分と不等式
- 単調関数の積分の性質

■ 区分求積法
- 区分求積法とは
- 区分求積法の応用

関数方程式

■ 定積分が定める関数
（積分方程式）

■【発展】微分方程式

区分求積法の逆利用

区分求積法の公式

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x = \int_a^b f(x)dx$$

ここで，　$x_k = a + \dfrac{b-a}{n}k$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

は，逆に，

「右辺の定積分を計算することによって，
左辺の数列の和の極限を求める.」

のように使うこともできる.

例題

$$S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n}$$

の極限$S = \lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ.

【解】 $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} = \sum_{k=1}^{n}$

に注意して $f(x) =$ 　　　　　とおけば,

$\lim_{n\to\infty} S_n =$

注意 $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} + \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+2} + \cdots$

$\cdots + \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n}$ としてはならない！なぜか?