## 数学 III

第6章 「積分法の応用」

17. 定積分の評価

hm3-6-17

(pdf ファイル)

## 例題

$$\int_0^1 rac{1}{1+x^2} dx = rac{\pi}{4}$$
 を用いて, $\int_0^1 e^{-x^2} < rac{\pi}{4}$ を示せ.

【解】不等式 
$$e^t \geqq 1+t$$
 において, $t=x^2$  とおけば, $e^{x^2} \geqq 1+x^2$  ∴  $e^{-x^2} \leqq \dfrac{1}{1+x^2}$ 

ここで、等号は x=0 のときに限る.

よって

$$\int_{0}^{1} e^{-x^{2}} dx < \int_{0}^{1} \frac{1}{1+x^{2}} dx = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} = 0.785398\cdots$$

定積分Iの真の値はI=0.74682413 ・・・

