

第 6 章 「積分法の応用」

16. 定積分と不等式

hm3-6-16

(pdf ファイル)



積分法の応用 学習マップ

求積問題

■ 面積

- カヴァリエリの原理
- 積分変数のとり方
- 媒介変数表示と面積

■ 体積

- 体積計算の基本原則
- 回転体

基本型, 発展型

- 非回転体

■ 【発展】弧長, 道のり

定積分の理論

■ 定積分と数列和の評価

- 原理: 定積分と不等式
- 単調関数の積分の性質

■ 区分求積法

- 区分求積法とは
- 区分求積法の応用

関数方程式

- 定積分が定める関数
(積分方程式)

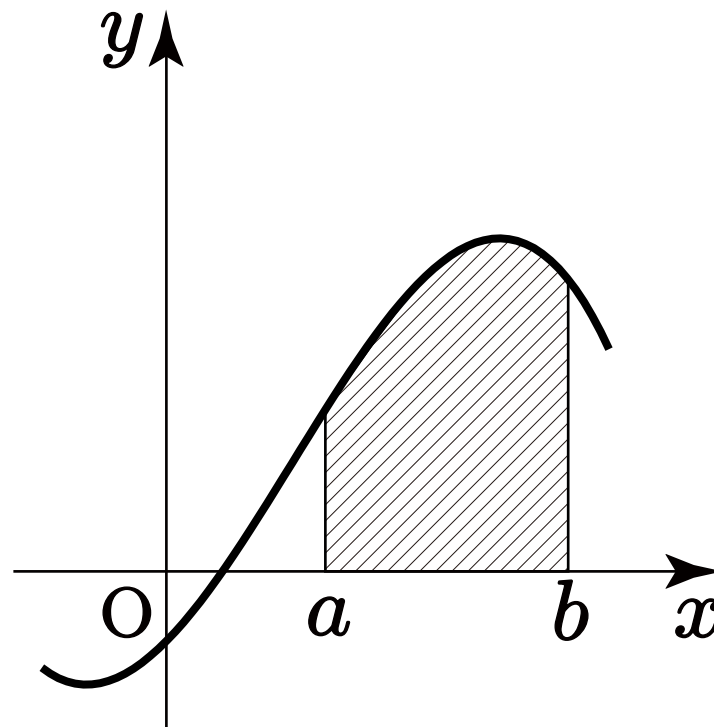
- 【発展】微分方程式

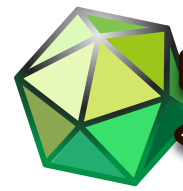
定積分と不等式

区間 $[a, b]$ で $f(x) \geq 0$ なら,

$$\int_a^b f(x) dx \geq 0$$

が成り立つ.





定積分の評価の基本原理

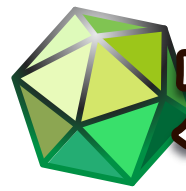
区間 $[a, b]$ で $f(x) \geq g(x)$ なら,

$$\int_a^b \{f(x) - g(x)\} dx \geq 0$$

よって,

区間 $[a, b]$ で, $f(x) \geq g(x)$ なら,

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$



定積分の不等式についての注意

区間 $[a, b]$ で $f(x) \geq g(x)$, かつ, $[a, b]$ の中のある区間で $f(x) > g(x)$ なら,

$$\int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx$$

が成り立つ.

例 すべての x に対して $0 < e^{-x^2} \leq 1$ であり, かつ, $x \neq 0$ では $0 < e^{-x^2} < 1$ が成立するから,

$$0 < \int_0^1 e^{-x^2} dx < \int_0^1 dx = 1$$

