数学 III

第６章　「積分法の応用」

11. やや高級な求積（体積）問題２

hm3-6-11

(pdf ファイル)

EDuPA

積分法の応用　学習マップ

求積問題

- 面積
  - カヴァリエリの原理
  - 積分変数のとり方
  - 媒介変数表示と面積
- 体積
  - 体積計算の基本原理
  - 回転体
    基本型，発展型
  - 非回転体
- 【発展】弧長，道のり

定積分の理論

- 定積分と数列和の評価
  - 原理：定積分と不等式
  - 単調関数の積分の性質
- 区分求積法
  - 区分求積法とは
  - 区分求積法の応用

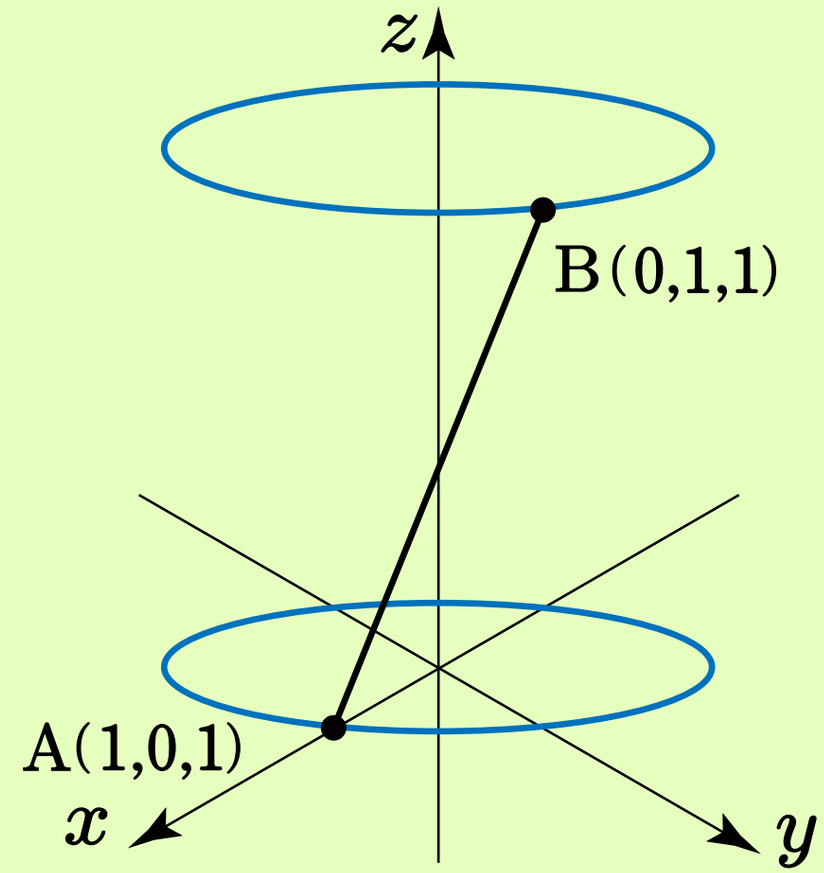
関数方程式

- 定積分が定める関数
  （積分方程式）
- 【発展】微分方程式

発展例題　回転する図形の描く立体

例題

xyz 空間で，xy 平面に平行な 2 平面　$z=0$, $z=1$ 上にそれぞれ点 $\mathrm{A}(1,0,0), \mathrm{B}(0,1,1)$ がある．線分 AB を z 軸のまわりに回転して得られる曲面と，2平面 $z=0$, $z=1$ で囲まれた部分 K の体積 V を求めよ．

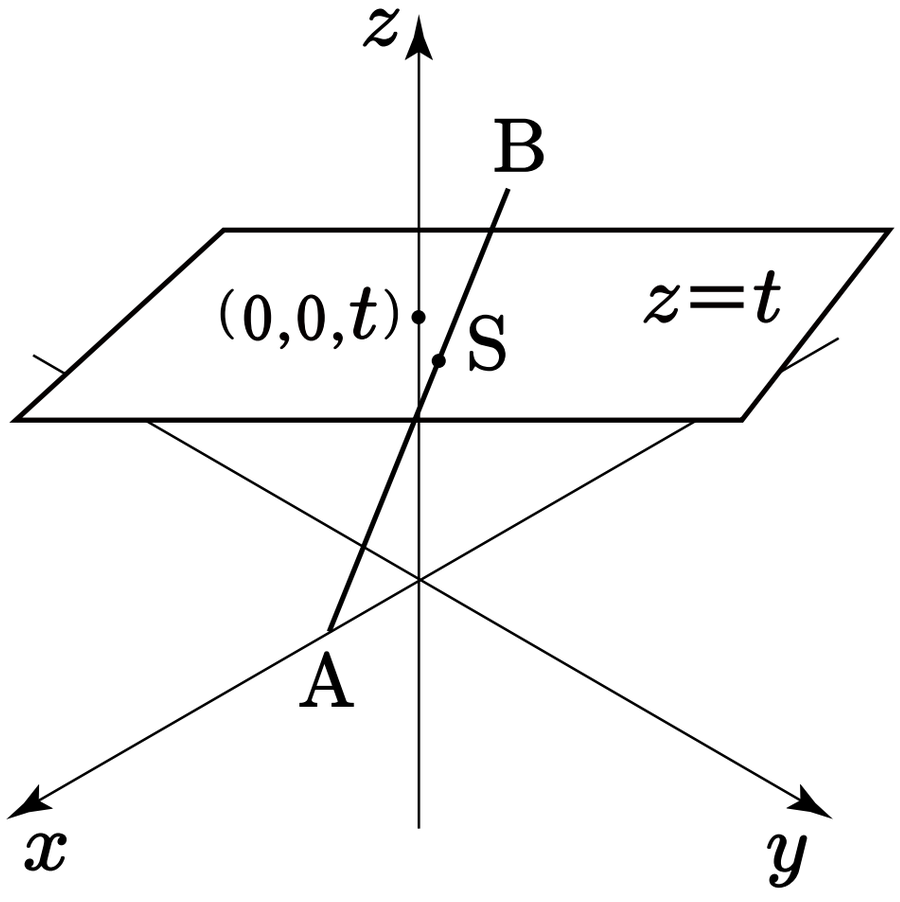


【解】tを定数として，線分ABをz軸のまわりに回転させてできる曲面をz軸に垂直な平面$z=t$で切ったときの切り口は，線分ABを平面$z=t$で切ったときの切り口の点Sをz軸のまわりに回転してできる円である.

線分ABとの切り口の点Sが切り口が存在するために　　が必要であり，このとき，Sは線分ABを　　：　　に内分する点であるから，Sの座標

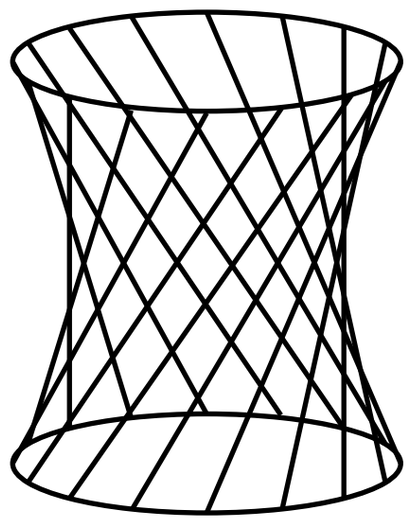
（　　，　　，　　）

である.



z 軸を中心に S を回転させると，半径が

の円が描かれる.

立体 K を平面 $z = t$ で切ったときの切断面の面積は，この円の面積であるので

$$V = \int$$