

第 5 章 「積分法」

2. 最も基本的な不定積分
の公式

hm3-5-2

(pdf ファイル)



積分法 学習マップ(1)

積分の理論

■ 積分の基礎概念

原始関数, 不定積分,
定積分

■ 不定積分の計算の理論

- 不定積分の線型性
- 不定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法
 - ・ 部分分数分解

■ 定積分の計算の理論

- 定積分の線型性
- 加法性
- 定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法

■ 区分求積法

■ 定積分の評価

■ 定積分が定める関数



積分法 学習マップ(2)

積分の計算

- べき関数

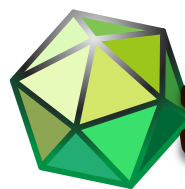
- $\int x^{\alpha} dx$ ($\alpha \neq -1$ のとき) • $\int \frac{1}{x} dx$

- 有理関数

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx, \int \frac{x}{x^2 + 1} dx, \int \frac{1}{x^2 + 1} dx, \dots$$

- 三角関数

$$\begin{aligned} &\int \sin x dx, \quad \int \cos x dx, \quad \int \sin^2 x dx, \\ &\int \sin^3 x dx, \quad \int \sin^4 x dx, \quad \int \tan x dx, \dots \end{aligned}$$



最も基本的な不定積分の公式 (1)

微分の公式

α が $\alpha \neq -1$ の定数のとき,

$$(x^{\alpha+1})' = (\alpha + 1)x^{\alpha}$$

$$\therefore \left(\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha + 1} \right)' = x^{\alpha}$$

から, 次の不定積分の公式が得られる.

α が $\alpha \neq -1$ の定数であるとき,

$$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha + 1} + C$$

ただし, C は積分定数である.

例題

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$(2) \int \sqrt{x} dx$$

【解】 (1) $\frac{1}{x^2} =$ であるから,

$$\int \frac{1}{x^2} dx =$$

(2) $\sqrt{x} =$ であるから,

$$\int \sqrt{x} dx =$$

最も基本的な不定積分の公式 (2)

微分の公式

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (-\cos x)' = \sin x, \quad (e^x)' = e^x$$

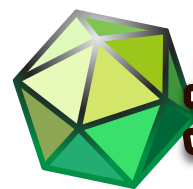
から， 次の不定積分の公式が得られる．

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

ただし， C は積分定数である．



最も基本的な不定積分の公式 (3)

微分の公式

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\log |x|)' = \frac{1}{x}$$

から， 次の不定積分の公式が得られる．

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \log |x| + C$$

ただし， C は積分定数である．

- 指数関数

$$\int a^x dx, \int e^x dx$$

- 対数関数

$$\int \log x dx$$

- 混合関数

$$\int x e^x dx, \int x \log x dx,$$

$$\int x \cos x dx, \int e^x \sin x dx, \dots$$

- 意外に難しい例

$$\int \frac{dx}{\sin x}, \int \frac{dx}{\sin^2 x}, \int \frac{dx}{\sin^3 x}, \dots$$