

第5章 「積分法」

17. 偶関数、奇関数の
定積分

hm3-5-17
(pdf ファイル)

偶関数と奇関数

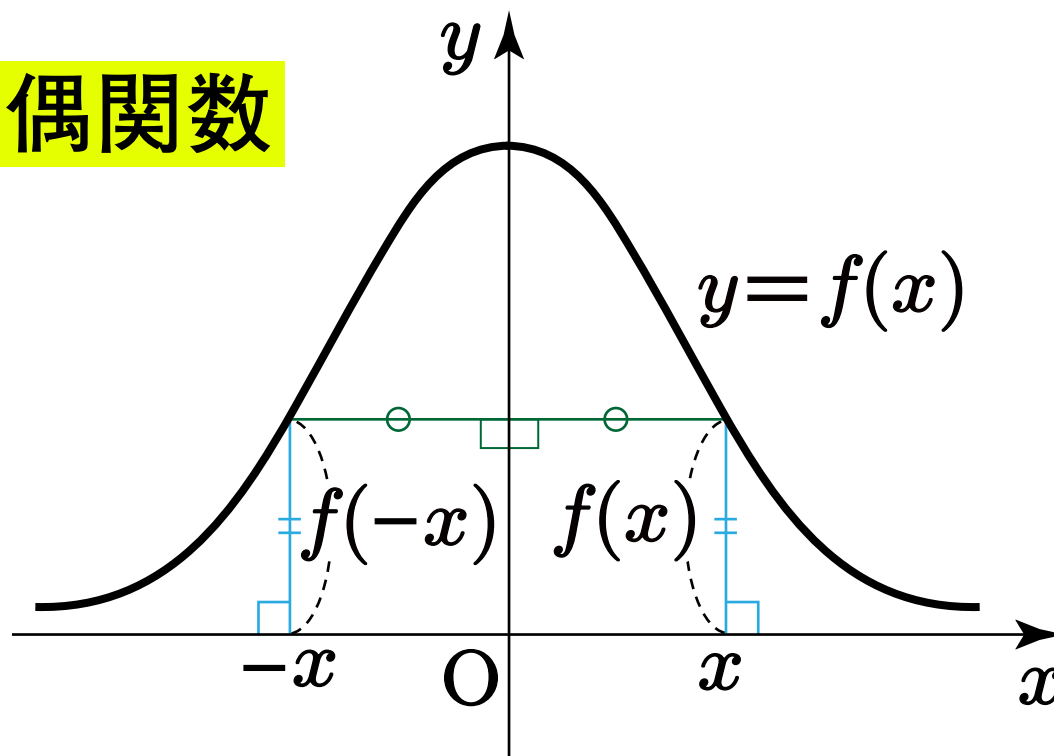
$f(-x) = f(x)$ が成り立つとき、 $f(x)$ を **偶関数**

$f(-x) = -f(x)$ が成り立つとき、 $f(x)$ を **奇関数**

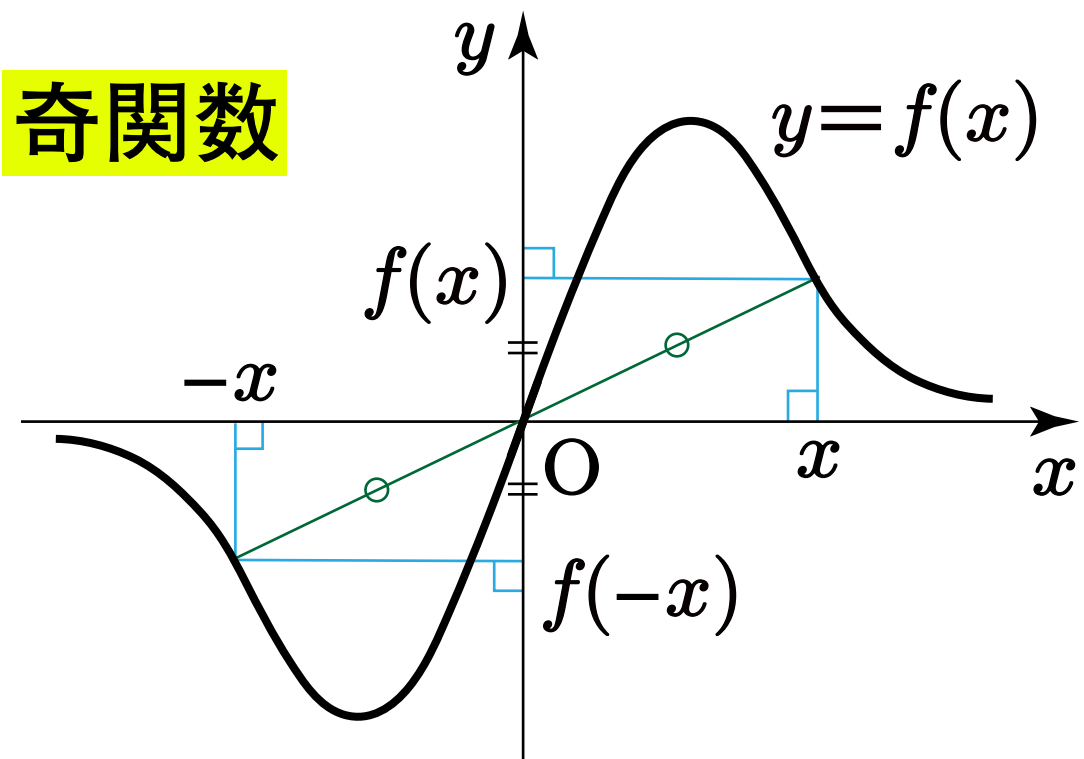
という。

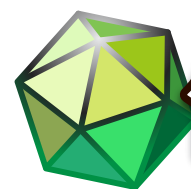
偶関数のグラフは y 軸に関して対称であり、奇関数のグラフは 原点に関して対称である。

偶関数



奇関数





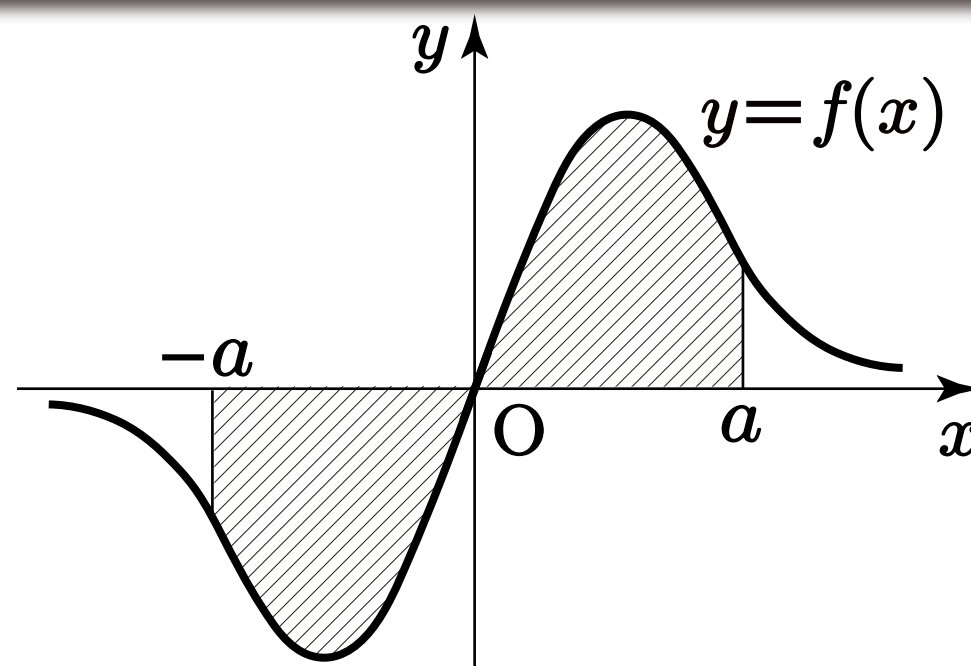
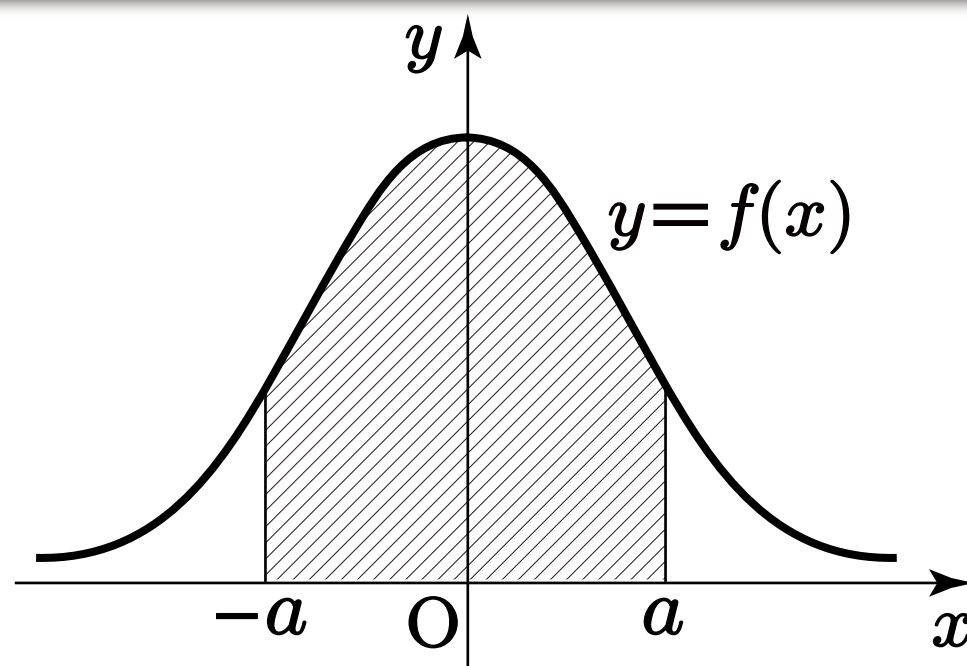
偶関数と奇関数の定積分

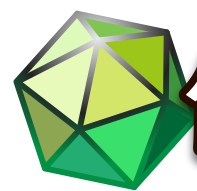
■ $f(x)$ が偶関数のとき,

$$\int_{-a}^a f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$$

■ $f(x)$ が奇関数のとき,

$$\int_{-a}^a f(x) \, dx = 0$$





偶関数・奇関数の定積分の性質の証明

$x = -t$ とおくと, $\frac{dx}{dt} =$ であるから,

$$\int_{-a}^0 f(x) dx =$$

$$\therefore \int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx$$

奇関数の定積分の性質

$$\text{“} \int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{” も同}$$

様に示される.



$\sin x$ は奇関数, $\cos x$ は偶関数であるから,

$$\begin{aligned} & \int_{-\alpha}^{\alpha} (\sin x + \cos x) \, dx \\ &= \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin x \, dx + \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos x \, dx \\ &= \end{aligned}$$