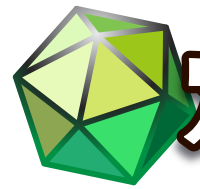


第5章 「積分法」

16. 定積分の置換積分法
の実際

hm3-5-16

(pdf ファイル)



定積分の置換積分法

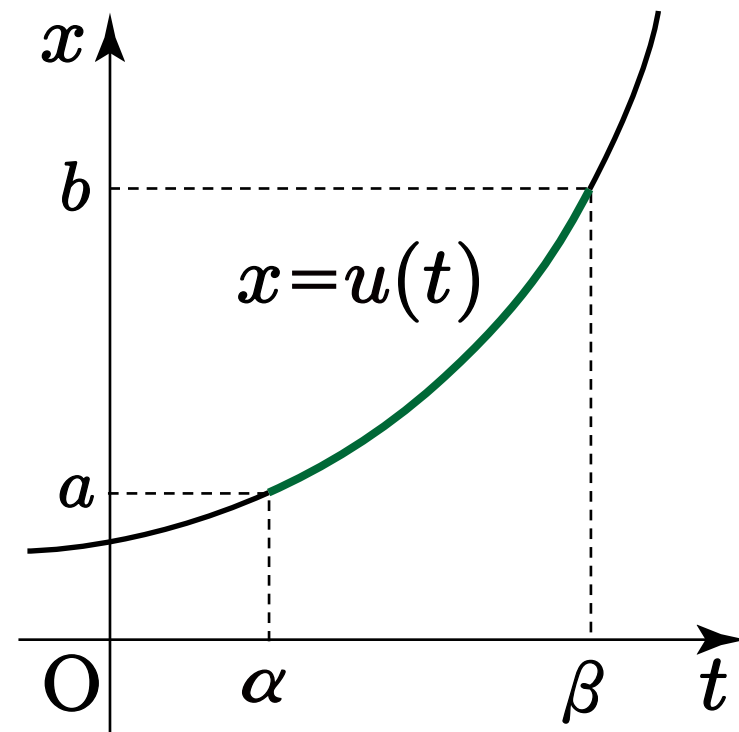
関係式 $x = u(t)$ のもとで，次式が成り立つ．

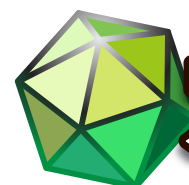
$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(u(t)) \frac{dx}{dt} dt$$

ただし， $a = u(\alpha)$ ， $b = u(\beta)$ である．

$$x = u(t)$$

x	$a \rightarrow b$
t	$\alpha \rightarrow \beta$



 定積分 $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

$$x = \sin t \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

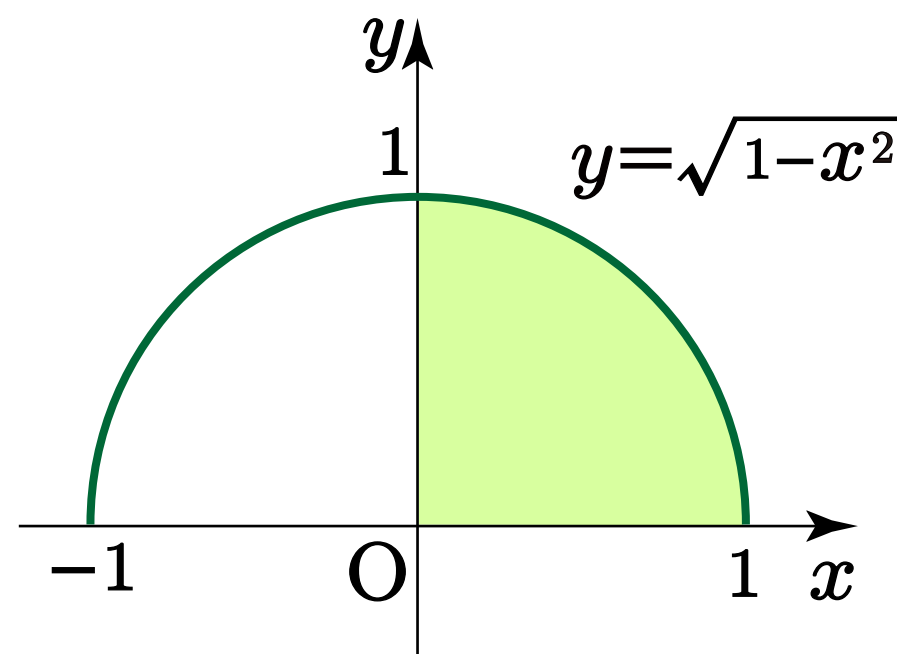
とおくと, $\frac{dx}{dt} =$

であるから,

$$I =$$

x	$\rightarrow$
t	$\rightarrow$

この積分は, 半径1の4分円の面積を表す.



 定積分 $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

$$x = \tan t \quad \left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \right)$$

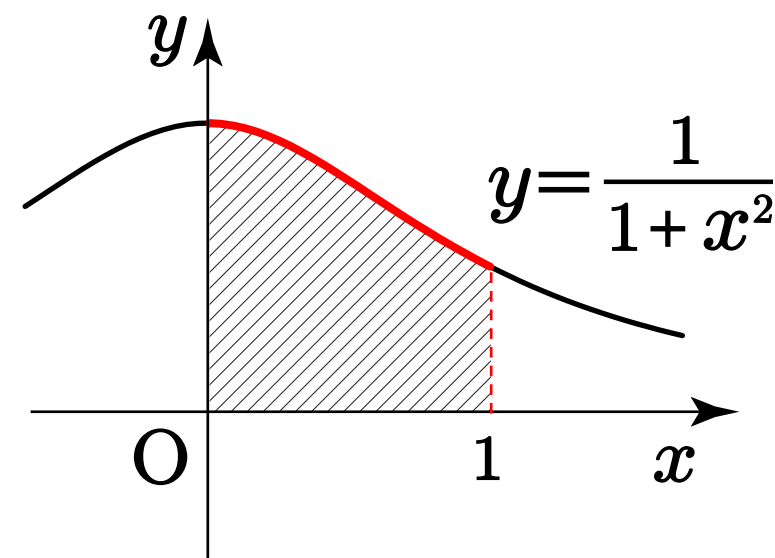
とおくと,

$$\frac{dx}{dt} =$$

x	$\rightarrow$
t	$\rightarrow$

であるから,

$$I =$$



もう一つの置換積分

関係式 $t = u(x)$ のもとで成立する逆の等式

$$\int_a^b f(u(x)) \frac{dt}{dx} dx = \int_\alpha^\beta f(t) dt$$

を用いてもよい .

ただし, $\alpha = u(a)$, $\beta = u(b)$ である.



定積分 $I = \int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx$

$1 - x^2 = t$ とおくと, x と t の対応関係は右のようになる. また, $\frac{dt}{dx} =$
 であるから,

x	$\rightarrow$
t	$\rightarrow$

$$I =$$