

第5章 「積分法」

12. 定積分の基本概念

hm3-5-12

(pdf ファイル)



積分法 学習マップ(1)

積分の理論

■ 積分の基礎概念

原始関数, 不定積分,
定積分

■ 不定積分の計算の理論

- 不定積分の線型性
- 不定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法
 - ・ 部分分数分解

■ 定積分の計算の理論

- 定積分の線型性
- 加法性
- 定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法

■ 区分求積法

■ 定積分の評価

■ 定積分が定める関数

原始関数と定積分

ある区間 I で定義された関数 $f(x)$ が原始関数をもつとして、その一つを $F(x)$ とするとき、 I に属する数 a, b に対し、 $F(b) - F(a)$ を、 $f(x)$ の a から b までの **定積分** といい、記号 $\int_a^b f(x) dx$ で表す。

定積分の値を求めることを、関数 $f(x)$ を $x = a$ から $x = b$ まで積分するという。

また、 a, b を両端にもつ区間を **積分区間** といい、 a, b をそれぞれ積分の **下端**、**上端** と呼ぶ。

注意

$a < b$ とは限らない！



原始関数の選び方の任意性

定積分の定義

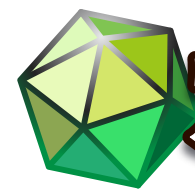
関数 $f(x)$ の原始関数の一つを $F(x)$ として,

$$\int_a^b f(x) \, dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

$F(x), G(x)$ がともに $f(x)$ の原始関数であるとする
と, ある定数 C を用いて, $G(x) = F(x) + C$ と
書ける. よって

$$G(b) - G(a) = (F(b) + C) - (F(a) + C) = F(b) - F(a)$$

となり, 定積分 $\int_a^b f(x) \, dx$ は, 積分定数の取り方,
すなわち, $f(x)$ の原始関数の選び方に関係しない.



定積分の計算例

$$\blacksquare \int_0^3 (2x - 3)^4 dx =$$

$$\blacksquare \int_2^5 \frac{1}{x^2 - 1} dx =$$

$$\blacksquare \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx =$$