

第 5 章 「積分法」

10. 部分分数分解による
分数関数の積分

hm3-5-10

(pdf ファイル)



積分法 学習マップ(1)

積分の理論

■ 積分の基礎概念

原始関数, 不定積分,
定積分

■ 不定積分の計算の理論

- 不定積分の線型性
- 不定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法
 - ・ 部分分数分解

■ 定積分の計算の理論

- 定積分の線型性
- 加法性
- 定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法

■ 区分求積法

■ 定積分の評価

■ 定積分が定める関数



積分法 学習マップ(2)

積分の計算

- べき関数

- $\int x^{\alpha} dx$ ($\alpha \neq -1$ のとき) • $\int \frac{1}{x} dx$

- 有理関数

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx, \int \frac{x}{x^2 + 1} dx, \int \frac{1}{x^2 + 1} dx, \dots$$

- 三角関数

$$\begin{aligned} &\int \sin x dx, \quad \int \cos x dx, \quad \int \sin^2 x dx, \\ &\int \sin^3 x dx, \quad \int \sin^4 x dx, \quad \int \tan x dx, \dots \end{aligned}$$



部分分数分解

通分による変形

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1} \quad \dots (*)$$

を逆に用いると,

$$\int \frac{2}{x^2-1} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx$$
$$=$$

となる.

(*)の右辺を左辺のように変形することを, **部分分数に分解** するという.

例題

不定積分 $\int \frac{1}{(2x-1)(x-2)} dx$ を求めよ.

【解】 $\frac{1}{(2x-1)(x-2)} = \frac{\alpha}{2x-1} + \frac{\beta}{x-2} \cdots (*)$

とおいて、右辺を通分すると、

$$\frac{1}{(2x-1)(x-2)} = \frac{1}{(2x-1)(x-2)}$$

ゆえに、 $1 = \alpha(x-2) + \beta(2x-1)$ が恒等的に
成り立つ定数 α, β として

$$\alpha = \quad \beta =$$

がとれる. これを用いると、

$$\int \frac{1}{(2x-1)(x-2)} dx =$$