

第 5 章 「積分法」

1. 原始関数と不定積分

hm3-5-1

(pdf ファイル)



積分法 学習マップ(1)

積分の理論

■ 積分の基礎概念

原始関数, 不定積分,
定積分

■ 不定積分の計算の理論

- 不定積分の線型性
- 不定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法
 - ・ 部分分数分解

■ 定積分の計算の理論

- 定積分の線型性
- 加法性
- 定積分の計算技法
 - ・ 置換積分法
 - ・ 部分積分法

■ 区分求積法

■ 定積分の評価

■ 定積分が定める関数



積分法 学習マップ(2)

積分の計算

- べき関数

- $\int x^\alpha dx$ ($\alpha \neq -1$ のとき) • $\int \frac{1}{x} dx$

- 有理関数

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx, \int \frac{x}{x^2 + 1} dx, \int \frac{1}{x^2 + 1} dx, \dots$$

- 三角関数

$$\begin{aligned} &\int \sin x dx, \quad \int \cos x dx, \quad \int \sin^2 x dx, \\ &\int \sin^3 x dx, \quad \int \sin^4 x dx, \quad \int \tan x dx, \dots \end{aligned}$$

- 指数関数

$$\int a^x dx, \int e^x dx$$

- 対数関数

$$\int \log x dx$$

- 混合関数

$$\int x e^x dx, \int x \log x dx,$$

$$\int x \cos x dx, \int e^x \sin x dx, \dots$$

- 意外に難しい例

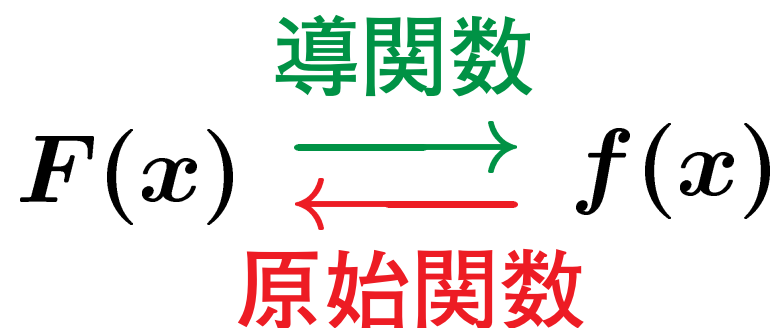
$$\int \frac{dx}{\sin x}, \int \frac{dx}{\sin^2 x}, \int \frac{dx}{\sin^3 x}, \dots$$

原始関数 (primitive function)

関数 $F(x)$ の導関数を $f(x)$ とするとき, すなわち

$$F'(x) = f(x)$$

が成り立つとき, $F(x)$ を $f(x)$ の **原始関数** という.



例 $(\sin x)' = \cos x$ であるから, $\sin x$ は $\cos x$ の原始関数である.

また, $(\sin x + 1)' = \cos x$ であるから, $\sin x + 1$ も $\cos x$ の原始関数である.

不定積分

原始関数には，定数を加えるだけの不定性がある．

$F(x)$ が $f(x)$ の原始関数であるとき， $f(x)$ の任意の原始関数は， $F(x) + C$ (C は定数) のように表される． C を **積分定数** という．

そこで， $f(x)$ の原始関数をまとめて $\int f(x) dx$ のように書き， $f(x)$ の **不定積分** という．

不定積分

$$F'(x) = f(x) \iff \int f(x) dx = F(x) + C$$

(C は積分定数)