数学 III

第４章　「微分法の応用」

9. 変曲点

hm3-4-9

(pdf ファイル)

微分法の応用　学習マップ

応用のための基礎理論

- 平均値の定理
- 導関数の符号と関数の値の変化の関係
- 2次導関数の符号と関数のグラフ
  平均値の定理の証明

応用

- 接線・法線
- 関数のグラフ
  (増減，極値，凹凸，変曲点，漸近線)
- 最大最小問題
- 不等式の証明
- 方程式の実数解
- 運動の数理
  (速度，加速度，速さ)

さらなる応用

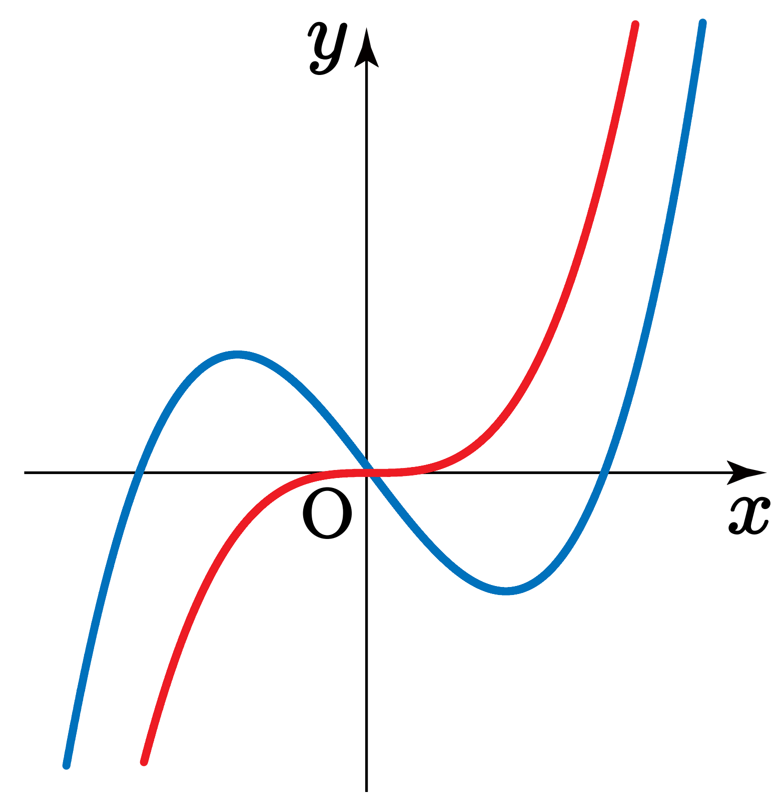
- 無限級数展開
- 関数方程式
  (積分方程式，微分方程式)

変曲点

例 関数 $y=x^3$ や $y=x^3-x$ のグラフは，点 $(0,0)$ を境目にして，左右で凹凸が変化している．このように凹凸が変化する境目の点を **変曲点** という．

変曲点

点 $\mathrm{A}(a, f(a))$ を境目にして，$f''(x)$ の符号が変化するとき，A は，$y=f(x)$ のグラフの変曲点である．



注 変曲点で接線がひけるとき，曲線と接線の上下関係は変曲点の前後で入れ替わる．

例

$y = \sin x$ のグラフの変曲点を求めよう．

$y' = \cos x$，$y'' = -\sin x$ であり，$x = n\pi$(n は整数) において，y'' の符号が変化する．よって，$y = \sin x$ のグラフは，点 $(n\pi, 0)$ (n は任意の整数) を変曲点にもつ．