数学 III

第４章　「微分法の応用」

3. 平均値の定理

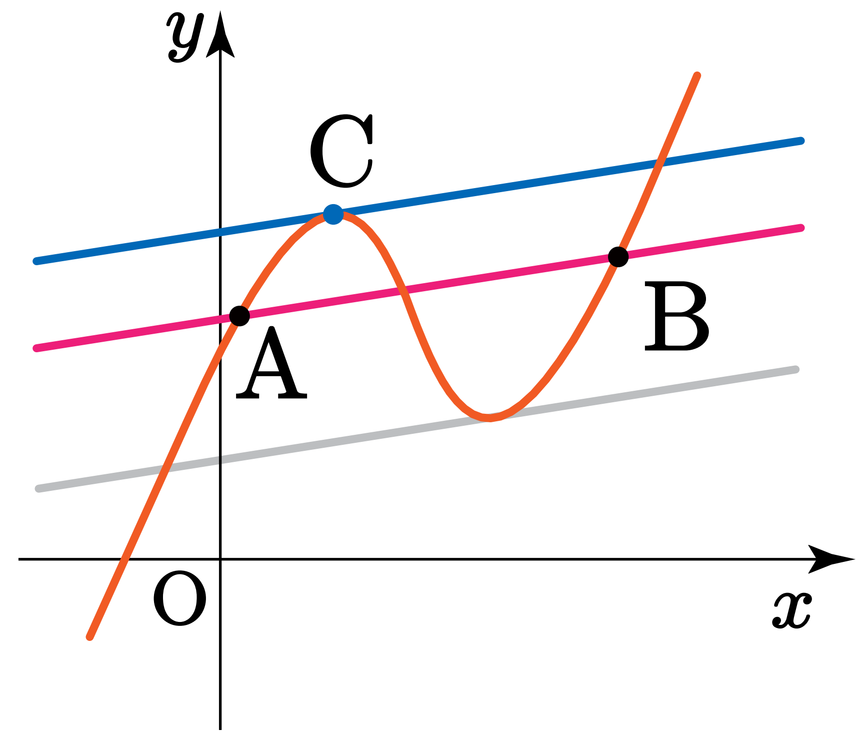
hm3-4-3

(pdf ファイル)

EDUPA

平均値の定理に向って

　微分可能な関数 $f(x)$ に対して，曲線 $y=f(x)$ 上に任意の異なる2点A，Bをとる．



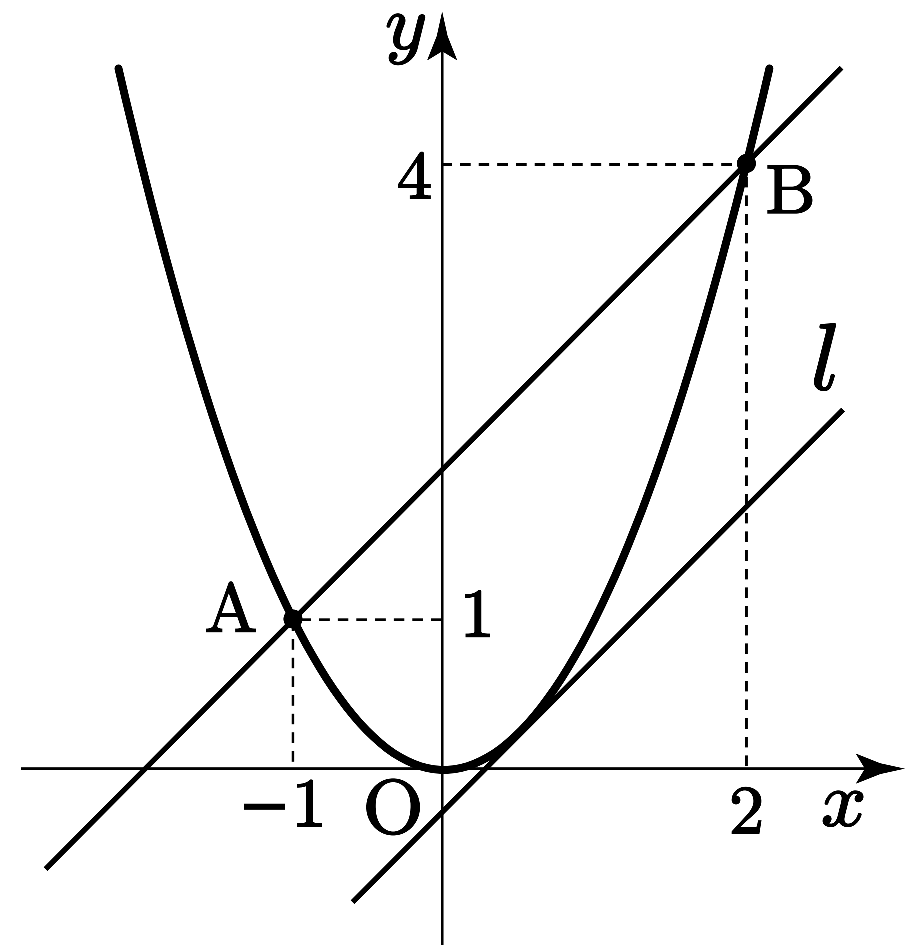
AとBの間の ある点 Cにおいて， 直線ABに平行な接線を引くことができることが予想される．

具体例での予想の正しさの確認

曲線 $y = x^2$ 上の2点A$(-1,\ 1)$，B$(2,\ 4)$ を結ぶ直線の傾きは，　　　　　　　　である．

点 $(c,\ c^2)$ における接線 l の傾きは　　　　である から，l が直線ABと平行になるような c が，たしかに，-1 と 2 の間に存在する．

(実は，$c =$　　)



平均値の定理

曲線 $y = f(x)$ 上の2点を結ぶ線分の傾きや接線の傾きという図形の言葉を使わずに表現すると，次のようになる.

関数 $f(x)$ が

閉区間 $[a,\ b]$ で連続,

閉区間 $(a,\ b)$ で微分可能

ならば,

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c) \quad \text{かつ} \quad a < c < b \cdots (*)$$

を満たす c が存在する.　　**平均値の定理**

平均値の定理の結論の様々な表現

$$“\ \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)\quad \text{かつ}\quad a<c<b\ ” \quad\cdots(*)$$

は次のようにも表現される：

$$“\ f(b)-f(a)=(b-a)f'(c)\quad \text{かつ}\quad a<c<b\ ”$$

$$“\ f(b)=f(a)+(b-a)f'(c)\quad \text{かつ}\quad a<c<b\ ”$$

また，$a<c<b$ となる c のかわりに

$$\theta=\frac{c-a}{b-a}$$

となる $\theta\ (0<\theta<1)$ を用いて表現することもある．

さらに，$b=a+h$ とおいて，

$$“\ f(a+h)=f(a)+hf'(a+\theta h)\quad \text{かつ}\quad 0<\theta<1\ ”$$

と表現することもある．