

第4章 「微分法の応用」

21. コーシーの平均値の定理

hm3-4-21

(pdf ファイル)



【発展】Cauchyの平均値の定理

関数 $f(x)$, $g(x)$ がともに閉区間 $[a, b]$ で連続, 开区間 (a, b) で微分可能, $g(b) - g(a) \neq 0$, $g'(x) \neq 0$ のとき,

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \quad \text{かつ} \quad a < c < b$$

となる c が存在する。

注意

通常 of 平均値の定理から,

$$f(b) - f(a) = (b - a)f'(c) \quad \text{かつ} \quad a < c < b$$

$$g(b) - g(a) = (b - a)g'(c) \quad \text{かつ} \quad a < c < b$$

のそれぞれを満たす c の存在は, 自明である. しかし, これから上の定理を導くことはできない! なぜか?

【発展】 Cauchyの平均値の定理の証明

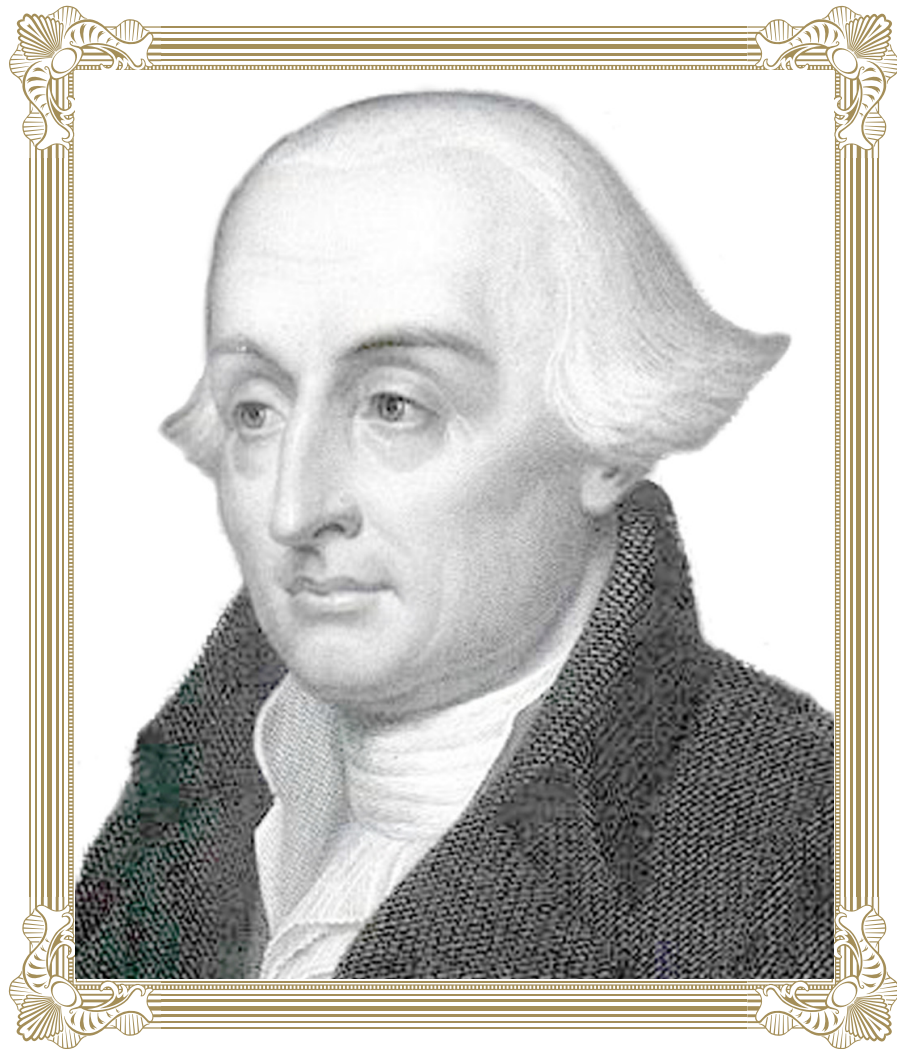
関数

$$h(x) = (f(b) - f(a))(g(x) - g(a)) \\ - (g(b) - g(a))(f(x) - f(a))$$

に対してロルの定理を適用すればよい.

 **注** Cauchy の平均値において $g(x) = x$ の場合が標準的な平均値の定理に相当する.

Cauchy の平均値の定理と対比的に言うときは, 標準的な平均値の定理の方は Lagrange の平均値の定理と呼ばれる.



J.L.Lagrange
(1736-1813)



A.L.Cauchy
(1789-1857)