

数学 III

第4章 「微分法の応用」

17. 直線運動の速度・加速度

hm3-4-17

(pdf ファイル)



微分法の応用 学習マップ

応用のための基礎理論

- 平均値の定理
- 導関数の符号と関数の値の変化の関係
- 2次導関数の符号と関数のグラフ
平均値の定理の証明

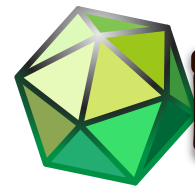
- 変曲点, 漸近線)
- 最大最小問題
- 不等式の証明
- 方程式の実数解
- 運動の数理
(速度, 加速度, 速さ)

応用

- 接線・法線
- 関数のグラフ
(増減, 極値, 凹凸,

さらなる応用

- 無限級数展開
- 関数方程式
(積分方程式, 微分方程式)

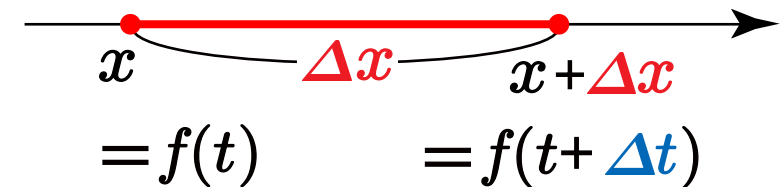


直線上を運動する点の速度（瞬間速度）

直線上を運動する点 P があり，時刻 t におけるその座標を x とし， x を t の関数として， $x = f(t)$ のように表す．時刻 t から $t + \Delta t$ までの間に，点 P が x から $x + \Delta x$ まで動いたとすると，この間の平均速度は

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

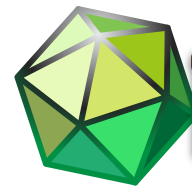
である．



そこで， $\Delta t \rightarrow 0$ のときの平均速度の極限

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (\text{位置の時間微分})$$

を，時刻 t における点 P の速度 (velocity) という．



直線上を運動する点の加速度

直線上を運動する点 P があり，時刻 t におけるその座標を x とし， x が t の関数として， $x = f(t)$ のようにとらえるとき，点 P の速度 $v = \frac{dx}{dt}$ の時間微分 $\frac{dv}{dt} \left(= \frac{d^2x}{dt^2} \right)$ を，点 P の **加速度** (acceleration) と言う．

例 直線上を運動する点 P の，時刻 t における座標 x が， v_0, g を定数として，

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

で与えられるとき，P の加速度は， $\frac{d^2x}{dt^2} =$

単振動の速度, 加速度

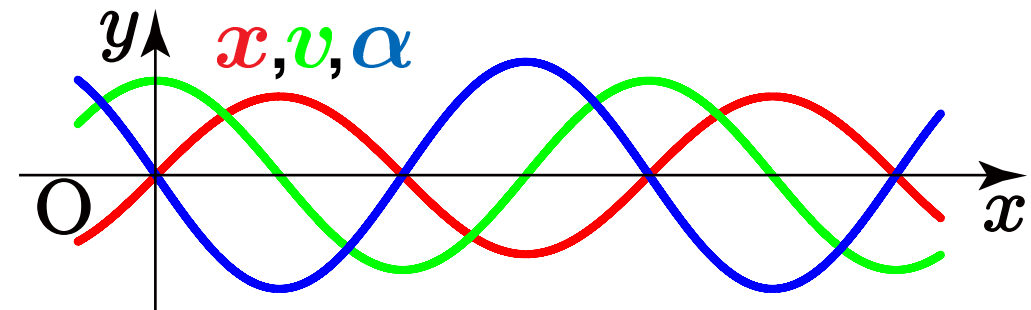
直線上を運動する点 P の, 時刻 t における座標 x が,
 a, ω を定数として, $x = a \sin \omega t$ で与えられるような
運動を **単振動** という.



このような運動においては, 時刻 t における P の速
度 v および加速度 α は, それぞれ次のようになる.

$$v = a\omega \cos \omega t$$

$$\alpha = -a\omega^2 \sin \omega t$$



注 上の運動では, “ $t = 0$ で $x = 0, \frac{dx}{dt} = a\omega$ ”
となっているが, “ $t = t_0$ で $x = 0, \frac{dx}{dt} = a\omega$ ” と
なるときは, $x = a \sin \omega(t - t_0)$ となる.