数学 III

第４章　「微分法の応用」

16. 平均値の定理の応用

hm3-4-16

(pdf ファイル)

EDUPA

微分法の応用　学習マップ

応用のための基礎理論

- 平均値の定理
- 導関数の符号と関数の値の変化の関係
- 2次導関数の符号と関数のグラフ

平均値の定理の証明

応用

- 接線・法線
- 関数のグラフ
(増減，極値，凹凸，変曲点，漸近線)
- 最大最小問題
- 不等式の証明
- 方程式の実数解
- 運動の数理
(速度，加速度，速さ)

さらなる応用

- 無限級数展開
- 関数方程式
(積分方程式，微分方程式)

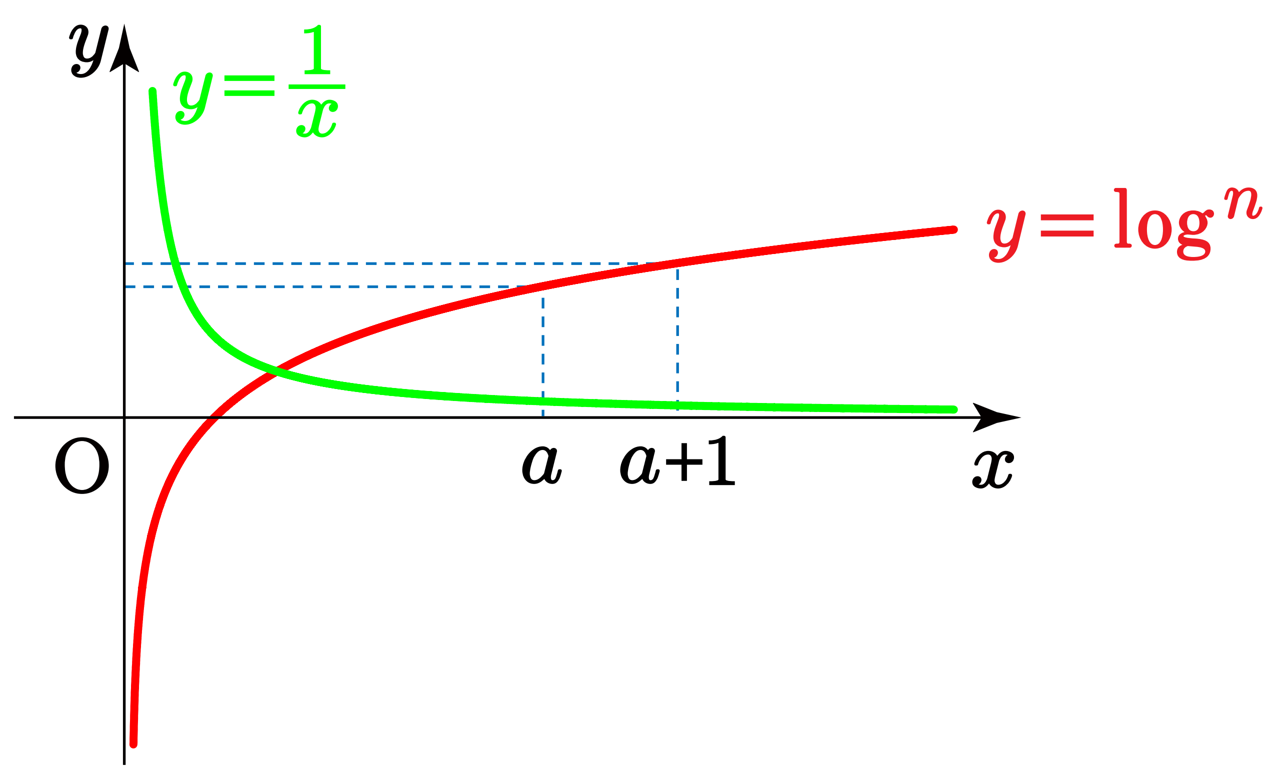
平均値の定理と不等式の証明

例題

$a > 0$ のとき，不等式

$$\frac{1}{a+1} < \log(a+1) - \log a < \frac{1}{a}$$

が成り立つことを証明せよ.



平均値の定理に基づく不等式の証明

【解】 $f(x)=\log x$ とおくと，$f'(x)=$

区間 $[a, a+1]$ において，関数 $f(x)=\log x$ に平均値の定理を適用すると，

$$\log(a+1)-\log a = \qquad\qquad ,\ a<c<a+1$$

を満たす c が存在する．

また，$a>0$ より，

これから

ゆえに，$\dfrac{1}{a+1}<\log(a+1)-\log a<\dfrac{1}{a}$ ∎