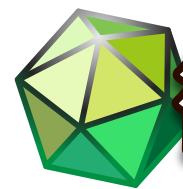


第4章 「微分法の実用」

15. 微分の方程式への応用

hm3-4-15

(pdf ファイル)



微分法の応用 学習マップ

応用のための基礎理論

- 平均値の定理
- 導関数の符号と関数の値の変化の関係
- 2次導関数の符号と関数のグラフ
平均値の定理の証明

変曲点, 漸近線)

- 最大最小問題
- 不等式の証明
- 方程式の実数解
- 運動の数理
(速度, 加速度, 速さ)

応用

- 接線・法線
- 関数のグラフ
(増減, 極値, 凹凸,

さらなる応用

- 無限級数展開
- 関数方程式
(積分方程式, 微分方程式)

例題

a を定数として，次の方程式の解の数を調べよ．

$$e^x = ax \cdots (*)$$

【解】 $(*)$ は， $x = 0$ のとき成立しないので， $x \neq 0$ であると仮定してよい．そこで，方程式 $(*)$ の両辺を x で割ると，

$$\frac{e^x}{x} = a$$

左辺を $f(x)$ とおくと，

$$f'(x) = \left(\frac{e^x}{x} \right)' =$$

であるから， $f(x)$ の増減は上の表のようになる．

x	...		...		...
$f'(x)$					
$f(x)$					

方程式 $\frac{e^x}{x} = a$

$f(x)$ の増減の他に,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} \frac{e^x}{x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

であることを考慮して, $f(x)$ の
グラフが右図のように描ける.

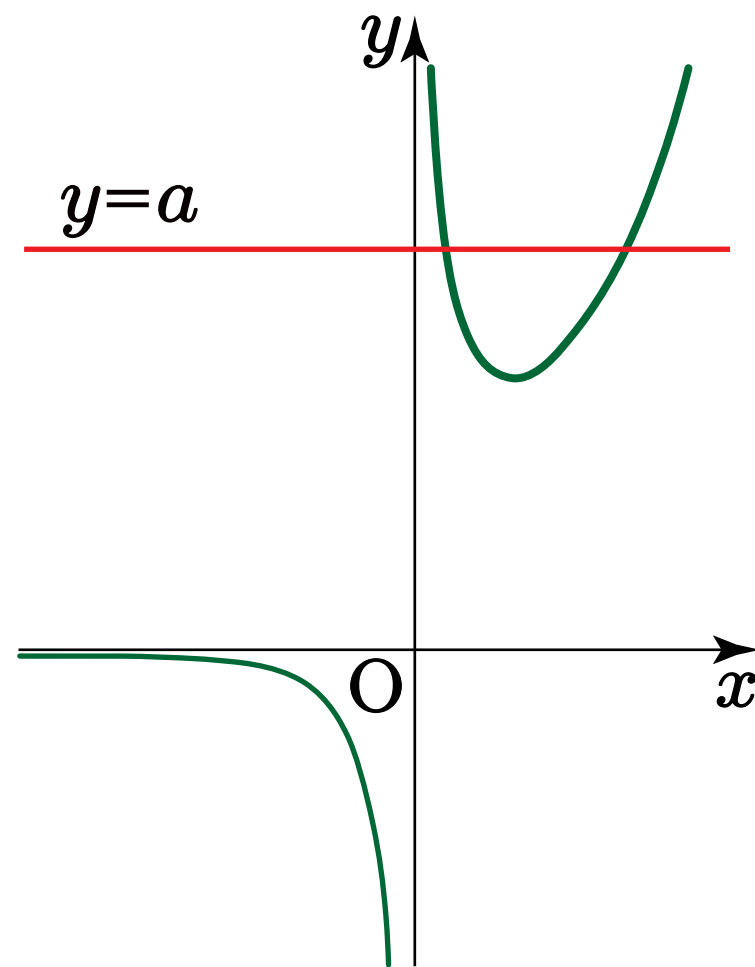
したがって, $(*)$ の解の数は,

$< a$ のとき 個,

$a =$ のとき 個,

$\leq a <$ のとき 個,

$a <$ のとき 個である.





$y=e^x$ と $y=ax$ のグラフ

