

第3章 「微分法」

17. 陰関数とは

hm3-3-17

(pdf ファイル)



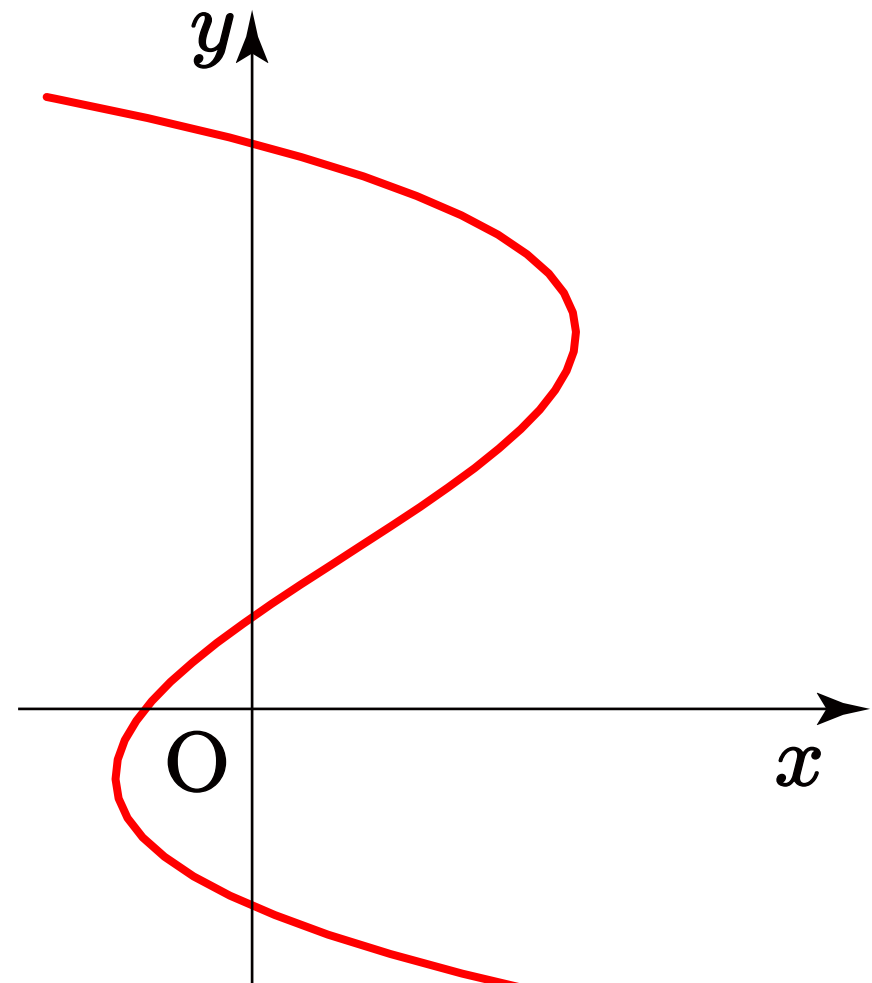
【発展】陰関数論入門

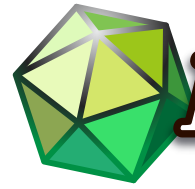
一般に、 x, y についての方程式 $F(x, y) = 0$ は、 xy 平面上で曲線を表すが、

「 x の値を 1 つに決めると y の値がただ 1 つ決まる」

という条件が満たされるわけではないから、 $F(x, y) = 0$

だけでは x から y への関数が決まるわけではない。





$F(x, y) = 0$ で与えられる関数の導関数

原点を中心とする半径 3 の円
の方程式

$$x^2 + y^2 = 9$$

が与えられたとき, これを y に
ついて解くと,

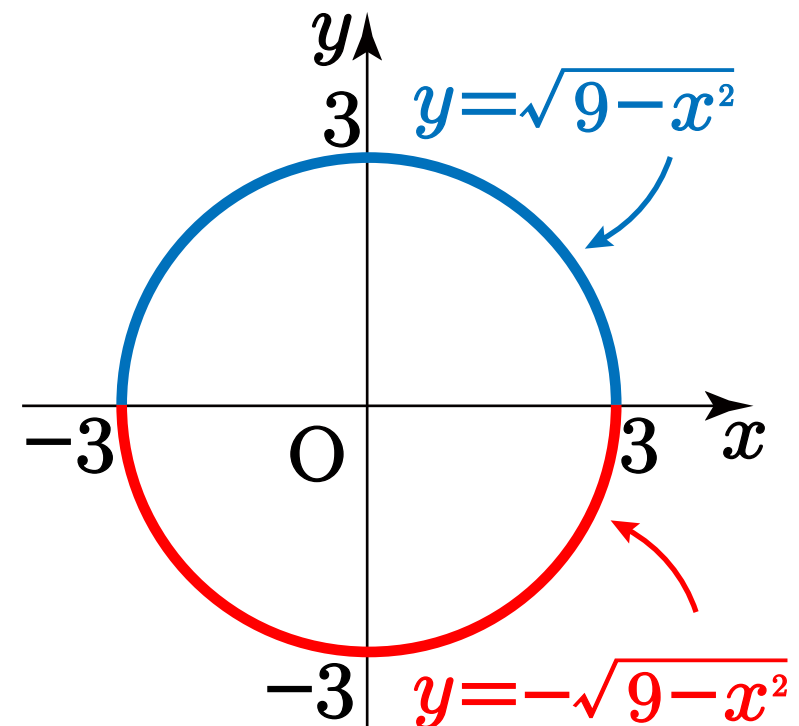
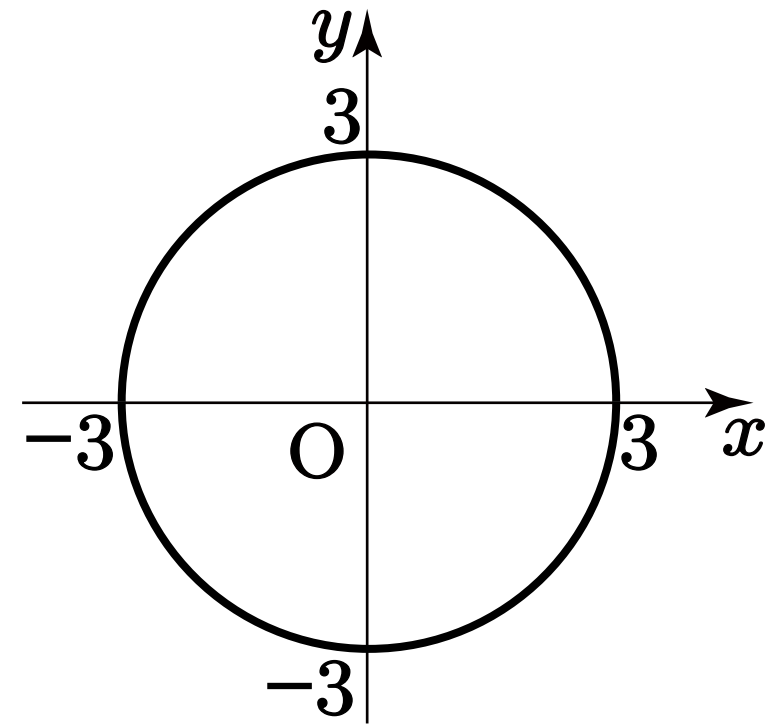
$$y = \pm \sqrt{9 - x^2}$$

よって, 上の円は, 2つの関数

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y = -\sqrt{9 - x^2}$$

のグラフを合わせたものである.





陰関数 (implicit function) とは

定数 a, b について $F(a, b) = 0$ が成り立つなら、点 (a, b) は、この曲線上にある。

点 (a, b) の近傍だけを見れば、「 x の値を決めれば、 y の値がただ1つ決まる」という条件が満たされるとき、こうして定まる x から y への関数

を、方程式 $F(x, y) = 0$ により、点 (a, b) の近傍で定義される陰関数と呼ぶ。

陰関数はこのように局所的に定義される。

