数学 III

第３章　「微分法」

14. 陰関数の微分法

hm3-3-14

(pdf ファイル)

EDUPA

微分法の学習マップ

微分の理論

- **微分の基礎概念**
  微分係数，導関数
  微分可能性，高次導関数

- **微分の基本公式**
  (1) 微分の線型性
  (2) 積の微分法
  (3) 商の微分法
  (4) 合成関数の微分法
  (5) 逆関数の微分法
  (6) 対数微分法
  (7) 陰関数の微分法
  (8) 媒介変数表示された関数の微分法

計算としての微分

- **べき乗関数**
  (1) $(x^n)'$ (n : 負でない整数)
  (2) $(x^n)'$ (n : 負の整数)
  (3) $(x^{\frac{1}{m}})'$ (m : 正の整数)
  (4) $(x^r)'$ (r : 有理数)
  (5) $(x^\alpha)'$ (α : 実数)

- **三角関数**
  $(\sin x)', (\cos x)', (\tan x)'$

- **対数関数・指数関数**
  $(\log_a x)', (a^x)'$

$F(x,y)=0$ で与えられる関数の導関数

　原点を中心とする半径 3 の円の方程式

$$x^2+y^2=9$$

が与えられたとき，これを y について解くと，

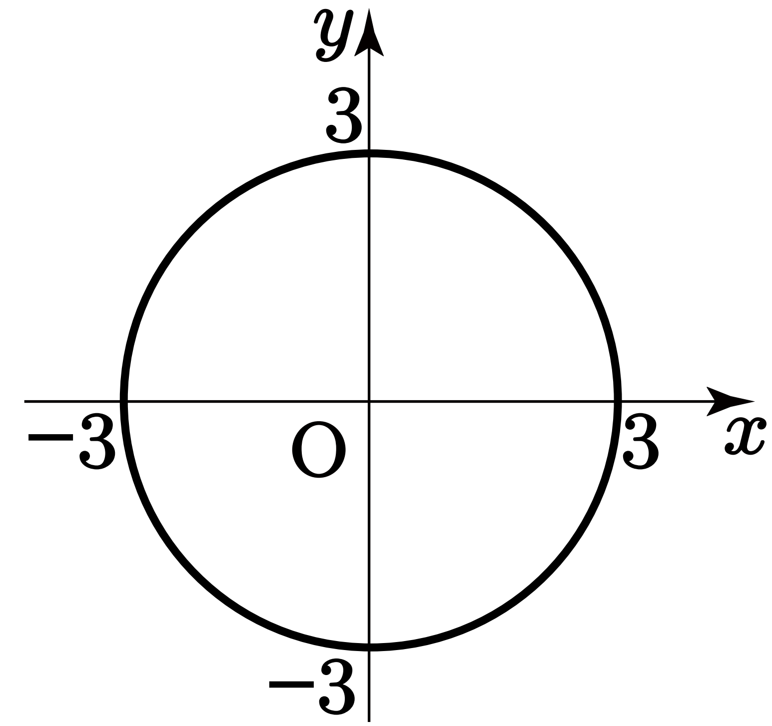
$$y=\pm\sqrt{9-x^2}$$

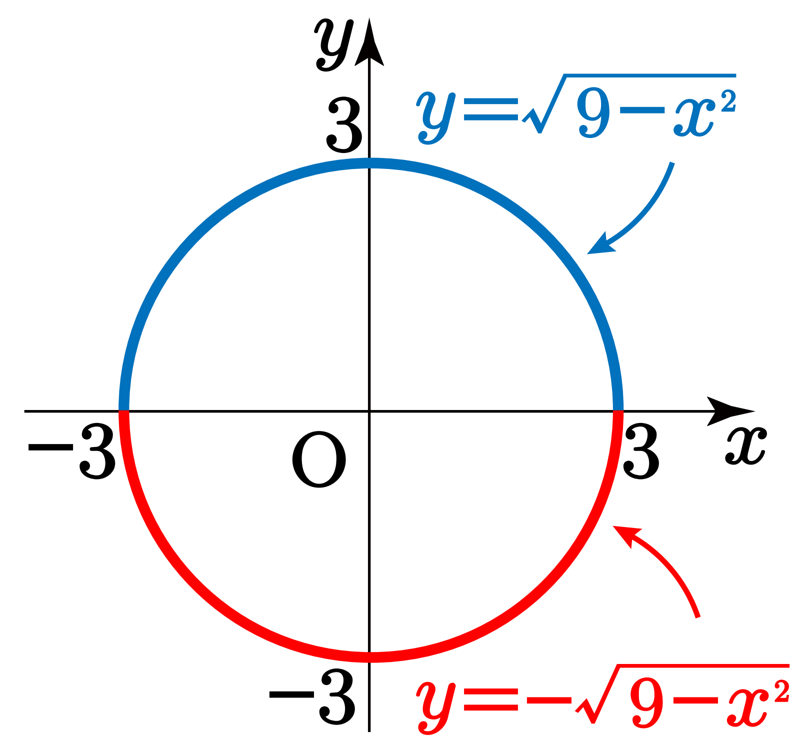
よって，上の円は，2 つの関数

$$y=\sqrt{9-x^2}$$

$$y=-\sqrt{9-x^2}$$

のグラフを合わせたものである．





関数 $y=\pm\sqrt{9-x^2}$ の導関数

それぞれの関数の導関数は,

$$\frac{dy}{dx} = (\sqrt{9-x^2})' =$$

$$\frac{dy}{dx} = (-\sqrt{9-x^2})'$$

このように，いずれの関数についても，$\dfrac{dy}{dx} =$ が成り立つ．ただし，$x \neq \pm 3$，いいかえれば $y \neq 0$ のときだけである.

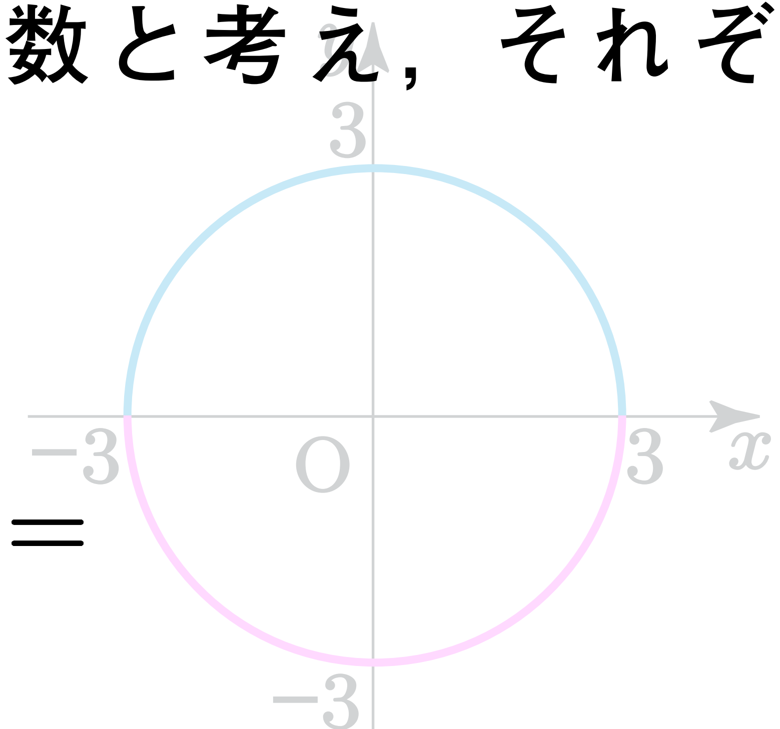
このように,

$$x^2 + y^2 = 9,\ \ y \neq 0 \quad \text{のとき} \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

であるが，これをもっとすばやく求めることができる.

陰関数の微分法

　$x^2+y^2=9$　の両辺を x の関数と考え，それぞれ x について微分すると，



$$\frac{d}{dx}(x^2+y^2)=$$

　ここで，$\dfrac{d}{dx}x^2=$　　，$\dfrac{d}{dx}y^2=$

であるから，

$$\therefore\ y\neq 0 \text{ ならば } \frac{dy}{dx}=$$

　このように，x と y の関係が方程式 $F(x,\ y)=0$ で与えられているとき，直接その両辺を x で微分することによって，$\dfrac{dy}{dx}$ を求める方法を **陰関数の微分法** という．

陰関数の微分の例

◪ x, y の関係が方程式 $(x-2)^2+y^2=1$ で与えられているとき，両辺を x で微分すれば,

よって，$y \neq 0$ のとき，$\dfrac{dy}{dx} =$

◪ $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ の両辺を x で微分すると,

よって，$y \neq 0$ のとき，$\dfrac{dy}{dx} =$