

第3章 「微分法」

13. 高次導関数

hm3-3-13

(pdf ファイル)

微分法の学習マップ

微分の理論

- 微分の基礎概念
微分係数, 導関数
微分可能性, 高次導関数
- 微分の基本公式
 - (1) 微分の線型性
 - (2) 積の微分法
 - (3) 商の微分法
 - (4) 合成関数の微分法
 - (5) 逆関数の微分法
 - (6) 対数微分法
 - (7) 陰関数の微分法
 - (8) 媒介変数表示された関数の微分法

計算としての微分

- べき乗関数
 - (1) $(x^n)'$ (n : 負でない整数)
 - (2) $(x^n)'$ (n : 負の整数)
 - (3) $(x^{\frac{1}{m}})'$ (m : 正の整数)
 - (4) $(x^r)'$ (r : 有理数)
 - (5) $(x^\alpha)'$ (α : 実数)
- 三角関数
 $(\sin x)', (\cos x)', (\tan x)'$
- 対数関数・指数関数
 $(\log_a x)', (a^x)'$

2次導関数, 3次導関数

関数 $y = f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の導関数 $\{f'(x)\}'$ を, $f(x)$ の **2次導関数** または **2階の導関数** といい, 記号

$$f''(x), \quad y'', \quad \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad \frac{d^2}{dx^2} f(x)$$

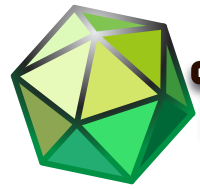
などで表す.

2次導関数 $f''(x)$ の導関数 $\{f''(x)\}'$ を, $f(x)$ の **3次導関数** または **3階の導関数** といい,

$$f'''(x), \quad y''', \quad \frac{d^3 y}{dx^3}, \quad \frac{d^3}{dx^3} f(x)$$

などと表す.

これに対して, $f'(x)$ は $f(x)$ の1次導関数という.



1次導関数, 2次導関数, 3次導関数の例

■ $y = x^3 - 3x^2 + 5x + 7$ のとき,
 $y' =$
よって $y'' =$ また, $y''' =$

■ $y = \sin x$ のとき, $y' =$
よって $y'' =$ また, $y''' =$

■ $y = e^{2x}$ のとき, $y' =$
よって $y'' =$ また, $y''' =$

高次導関数

一般に，関数 $y = f(x)$ を n 回微分して得られる関数を， $f(x)$ の **n 次導関数** といい，

$$f^{(n)}(x), \quad y^{(n)}, \quad \frac{d^n y}{dx^n}, \quad \frac{d^n}{dx^n} f(x)$$

などの記号で表す.

2 次以上の導関数をまとめて，**高次導関数** という.

■ $y = e^x$ のとき， $y' = e^x$ ， $y'' = e^x$ ， $\dots$

となるから， n 次導関数は $y^{(n)} =$ である.

■ 関数 $y = e^{2x}$ は， $y' = 2e^{2x}$ ， $y'' = 4e^{2x}$ ， $\dots$

となるから， n 次導関数は $y^{(n)} =$ である.