

第3章 「微分法」

1. 微分の基本公式(1)
多項式の微分

hm3-3-1
(pdf ファイル)

微分法の学習マップ

微分の理論

- 微分の基礎概念
微分係数, 導関数
微分可能性, 高次導関数
- 微分の基本公式
 - (1) 微分の線型性
 - (2) 積の微分法
 - (3) 商の微分法
 - (4) 合成関数の微分法
 - (5) 逆関数の微分法
 - (6) 対数微分法
 - (7) 陰関数の微分法
 - (8) 媒介変数表示された関数の微分法

計算としての微分

- べき乗関数
 - (1) $(x^n)'$ (n : 負でない整数)
 - (2) $(x^n)'$ (n : 負の整数)
 - (3) $(x^{\frac{1}{m}})'$ (m : 正の整数)
 - (4) $(x^r)'$ (r : 有理数)
 - (5) $(x^\alpha)'$ (α : 実数)
- 三角関数
 $(\sin x)', (\cos x)', (\tan x)'$
- 対数関数・指数関数
 $(\log_a x)', (a^x)'$



x^n の導関数の公式の導出

n を正の整数とする.

$$\begin{aligned}(x + h)^n &= \sum_{k=0}^n {}_nC_k x^{n-k} h^k && \leftarrow \text{二項定理} \\ &= x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \dots \\ &\quad + nxh^{n-1} + h^n\end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned}&\frac{(x + h)^n - x^n}{h} \\ &= nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \dots + nxh^{n-2} + h^{n-1}\end{aligned}$$

$h \rightarrow 0$ の極限

多項式においては、 h を1つでも因数に含む項は $h \rightarrow 0$ のとき、どれも 0 に収束する。よって、

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = nx^{n-1}$$

これによって、次の公式が証明された。

x^n の導関数

n が正の整数 であるとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

 $x^0 = 1$ により、 $n = 0$ のときも、上の公式は成り立つ。

微分の線型性

関数 $f(x), g(x)$ が微分可能であるとき，次の性質が成り立つ．これは，**極限の線型性** に基づく．

微分の線型性

- 1** $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$
- 2** $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$
- 3** λ を定数として， $\{\lambda f(x)\}' = \lambda f'(x)$

1 **2** **3** は，次の式にまとめることができる．

λ, μ を定数として

$$\{\lambda f(x) + \mu g(x)\}' = \lambda f'(x) + \mu g'(x)$$