

第2章 「極限」

9. 【発展】単調な有界列

hm3-2-9

(pdf ファイル)



【発展】 数列の収束の十分条件

定理

数列 $\{a_n\}$ において

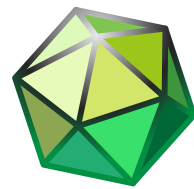
i) $a_1 < a_2 < a_3 \cdots < a_n < a_{n+1} < \cdots$

単調増加

ii) すべての a_n が, ある定数 M に対して, $a_n \leq M$

上に有界

であるならば, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ が存在する.



定理の応用例

$$a_1 = 0, a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ について

(1) 単調増加

(2) つねに, $a_n \leq 2$

が成り立つので,

$$\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$

が存在し, それが

を満たすはずであるから

より,

$$\alpha = \quad \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$$

