

第2章 「極限」

6. 漸化式で定められる
数列の極限

hm3-2-6

(pdf ファイル)

数列の極限の学習マップ

- ・ 基礎概念

収束と発散

極限值

∞ (無限大)

- ・ $\lim_{n \rightarrow \infty}$ の性質

- ・ $\infty - \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形

- ・ 等比数列の極限

- ・ 無限級数の定義

収束と発散

- ・ $\sum_{n=1}^{\infty}$ の性質

- ・ 無限等比級数

- ・ 無限級数の

収束の必要条件

発散の十分条件

例題

数列 $\{a_n\}$ が次の式を満たすとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

【解】 与えられた式は, 次のように変形できる.

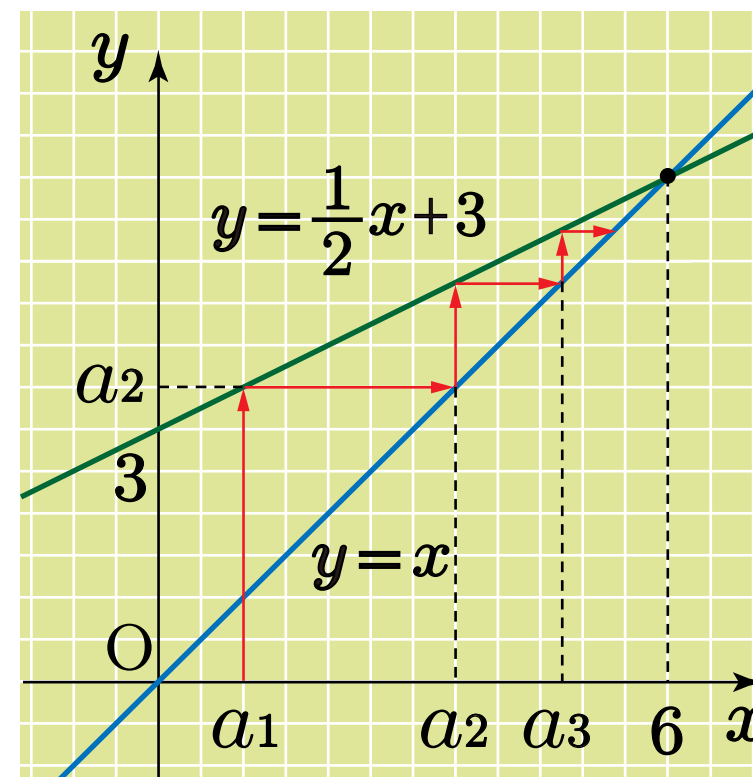
よって, 数列 $\{a_{n+1} - 6\}$ は初項 -5 , 公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列をなすから,

$$\text{よって, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$$

漸化式の図示

漸化式 $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 3$ に対し，関数 $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ を考える．

$f(x)$ の x に $a_1 = 1$ を代入すると， a_2 の値が得られ， x に a_2 の値を代入すると， a_3 が得られる．同様にして， $a_4, a_5, \dots$ が得られる．



このことから，2直線 $y = \frac{1}{2}x + 3$ ， $y = x$ を利用して，数列 $\{a_n\}$ の極限值が直観的にわかる．


$$a_{n+1} = 2.8a_n(1 - a_n)$$

