

## 38. 導関数

---

hm3-2-38

(pdf ファイル)

# 導関数と微分

関数  $f(x)$  が、区間  $I$  のすべての  $x$  の値で微分可能であるとき、 $f(x)$  は **区間  $I$  で微分可能** であるという。このとき、区間  $I$  のおのおのの値  $a$  に、微分係数  $f'(a)$  を対応させる関数を、 $f(x)$  の **導関数** といい  $f'(x)$  で表す。

関数  $f(x)$  の導関数は、次式で定義される。

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

関数  $f(x)$  の導関数を求めることを、 $f(x)$  を **微分する** という。



## 導関数を定義する式についての注意

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

において、文字  $h$  には固有の意味はなく、別の文字に置き換えてもよい。

特に、

$$h = X - x \quad \text{すなわち} \quad x + h = X$$

とおけば

$$f'(x) = \lim_{X \rightarrow x} \frac{f(X) - f(x)}{X - x}$$

となる。

**注意**

$f'(x)$  の定義で  $\lim_{x \rightarrow 0}$  という記号は使えない！

## 導関数の記号

関数  $f(x)$  において、 $x$  の増分  $\Delta x$  に対する  $y$  の増分を  $\Delta y$  とすれば、導関数  $f'(x)$  は次のようにも書ける。

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

そこで、関数  $y = f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を表すのに、このほかに、

$$y', \quad \frac{dy}{dx}, \quad \frac{d f(x)}{dx}, \quad \frac{d}{dx} f(x)$$

などの記号も用いられる。

# 微分係数と導関数

$f(x)$  の導関数がわかっていると、これを用いて  $f(x)$  の  $x = a$  における微分係数がただちにわかるので、微分の計算は重要である。

なお、 $f(x)$  の導関数をどのように表現するかによって微分係数の表し方もいろいろある。

導関数	微分係数
$f'(x)$	$f'(a)$
$\frac{dy}{dx}$	$\frac{dy}{dx} \Big _{x=a}$

# 定義に基づく微分の計算例

定義に従って、関数  $f(x) = \sqrt{x}$  を微分すると、

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$