

第2章 「極限」

37. 微分法の基礎概念

hm3-2-37

(pdf ファイル)

微分法の学習マップ

微分の理論

- 微分の基礎概念
微分係数, 導関数
微分可能性, 高次導関数
- 微分の基本公式
 - (1) 微分の線型性
 - (2) 積の微分法
 - (3) 商の微分法
 - (4) 合成関数の微分法
 - (5) 逆関数の微分法
 - (6) 対数微分法
 - (7) 陰関数の微分法
 - (8) 媒介変数表示された関数の微分法

計算としての微分

- べき乗関数
 - (1) $(x^n)'$ (n : 負でない整数)
 - (2) $(x^n)'$ (n : 負の整数)
 - (3) $(x^{\frac{1}{m}})'$ (m : 正の整数)
 - (4) $(x^r)'$ (r : 有理数)
 - (5) $(x^\alpha)'$ (α : 実数)
- 三角関数
 $(\sin x)', (\cos x)', (\tan x)'$
- 対数関数・指数関数
 $(\log_a x)', (a^x)'$



微分法の基礎概念

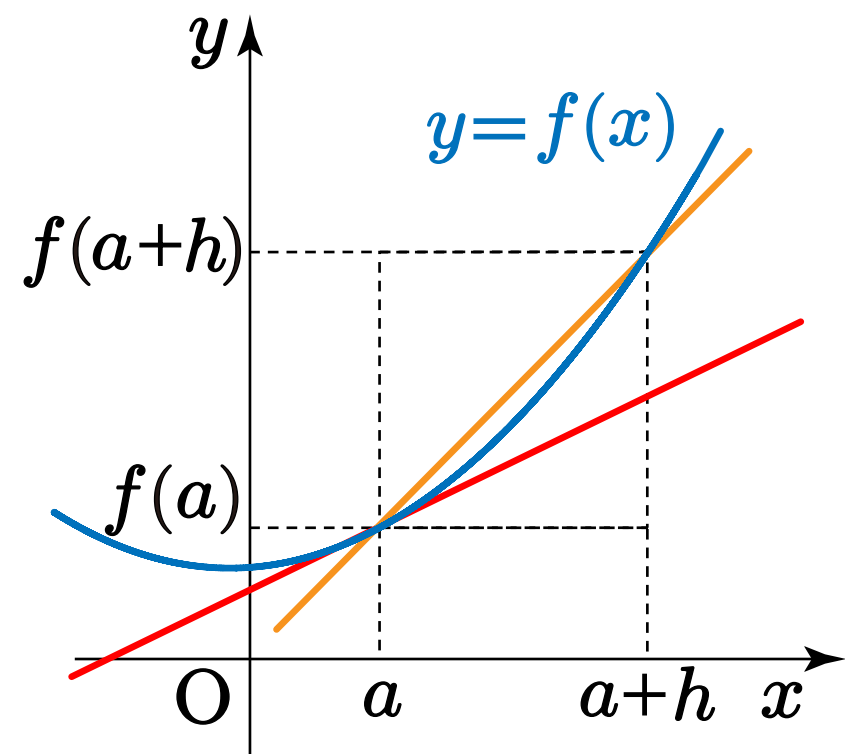
関数 $f(x)$ において，定数 a に対し，極限值

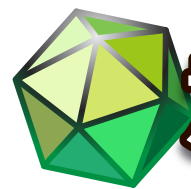
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

が存在するとき，これを $f(x)$ の $x = a$ における **微分係数** といい，記号 $f'(a)$ で表す.

微分係数 $f'(a)$ が存在するとき， $f(x)$ は $x = a$ で **微分可能** であるという.

このとき，微分係数 $f'(a)$ は，関数 $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(a, f(a))$ における接線の傾きを表す.





意味のない文字のもつ意味

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$ において、文字 h には固有の意味はない。

いいかえると、 h を別の文字に置換して

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(a + t) - f(a)}{t} \quad \text{や} \quad \lim_{u \rightarrow 0} \frac{f(a + u) - f(a)}{u}$$

と表してもよい。さらには

$$h = x - a \quad (x = a + h)$$

とにおいて

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

と表してもよい，ということである。

ただし， a だけはダメである。

微分可能性の吟味の例

- 関数 $f(x) = \frac{1}{x}$ は, $x = 2$ で微分可能である.
実際, $x = 2$ における微分係数は

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} =$$

- 関数 $f(x) = \sqrt{x}$ は, $x = 1$ で微分可能である.
実際, $x = 1$ における微分係数は

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1}$$