

第2章 「極限」

36. 中間値の定理とその応用

hm3-2-36

(pdf ファイル)

極限の学習マップ

関数の極限

$x \rightarrow \infty$ のときの極限

- ・ 収束と発散
- ・ $\lim_{x \rightarrow \infty}$ の性質
- ・ $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形
(発散の速度)

$x \rightarrow \alpha$ のときの極限

- ・ 収束と発散
- ・ $\frac{0}{0}$ の不定形
(収束の速度)
- ・ 片側極限

理論上重要な極限值

- ・ $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x$
- ・ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- ・ $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

関数の連続性

- ・ 点連続
- ・ 片側連続性
- ・ 区間連続
- ・ 中間値の定理

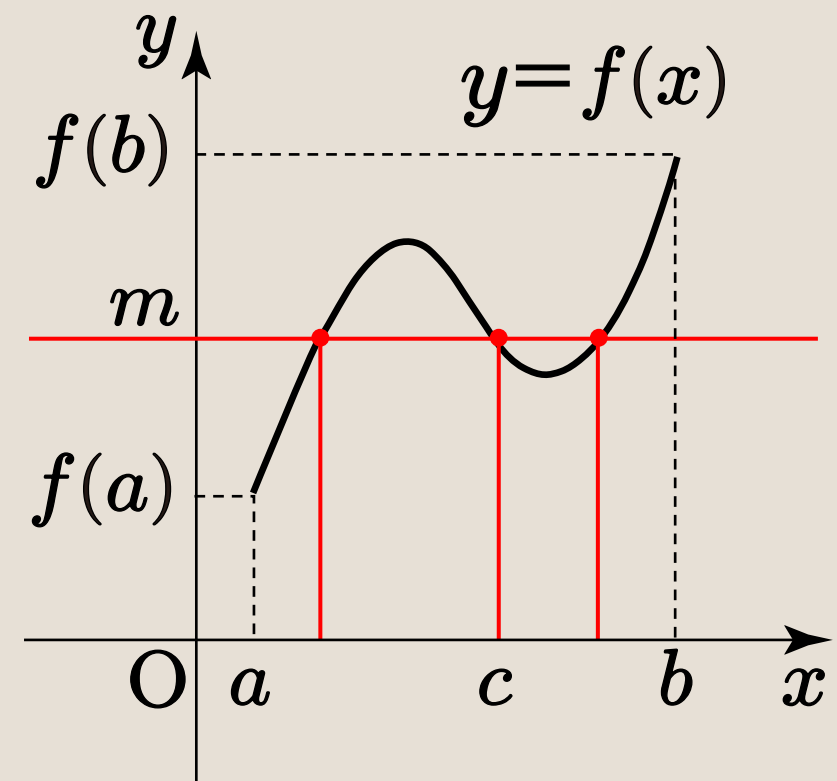
中間値の定理

中間値の定理

関数 $f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、 $f(a) < f(b)$ ならば、 $f(a) < m < f(b)$ を満たす任意の値 m に対して、

$$f(c) = m, \quad a < c < b$$

を満たす c が存在する.



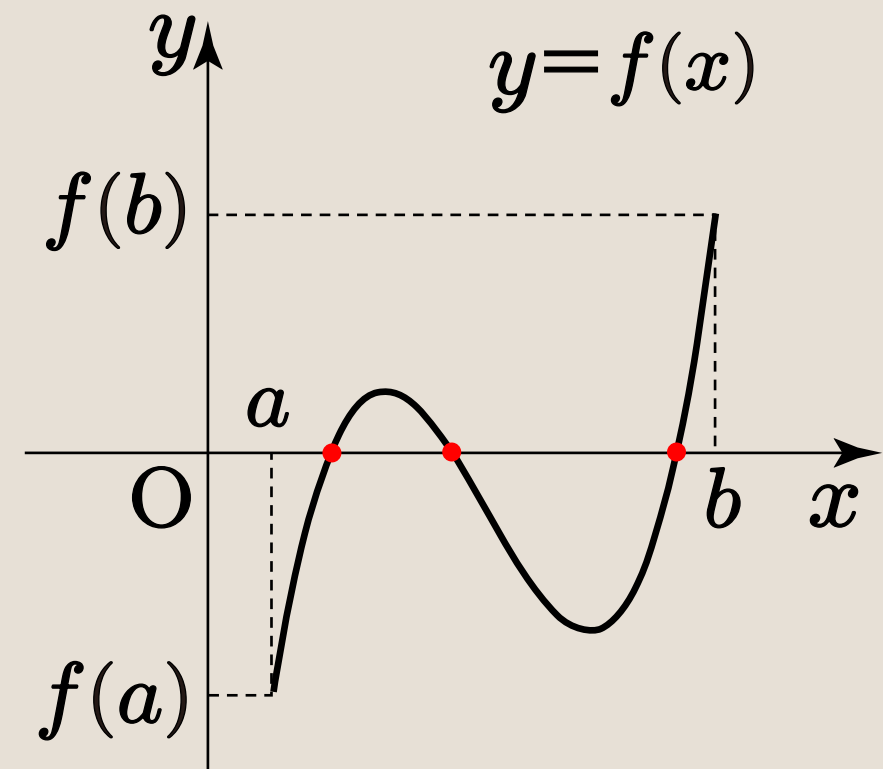
$f(x)$ が区間 $[a, b]$ で連続で、 $f(a) > f(b)$ が成り立つ場合も同様である.



中間値の定理の特別の場合

定理

関数 $f(x)$ が区間 $a \leq x \leq b$ で連続であり,
 $f(a)$ と $f(b)$ の符号が異なるならば, 方程式 $f(x) = 0$
は区間 $a < x < b$ に少なくとも一つの解をもつ.



中間値の定理の応用例

関数 $f(x) = \log_{10} x + x - 2$ は、区間 $1 \leq x \leq 2$ で連続であり、

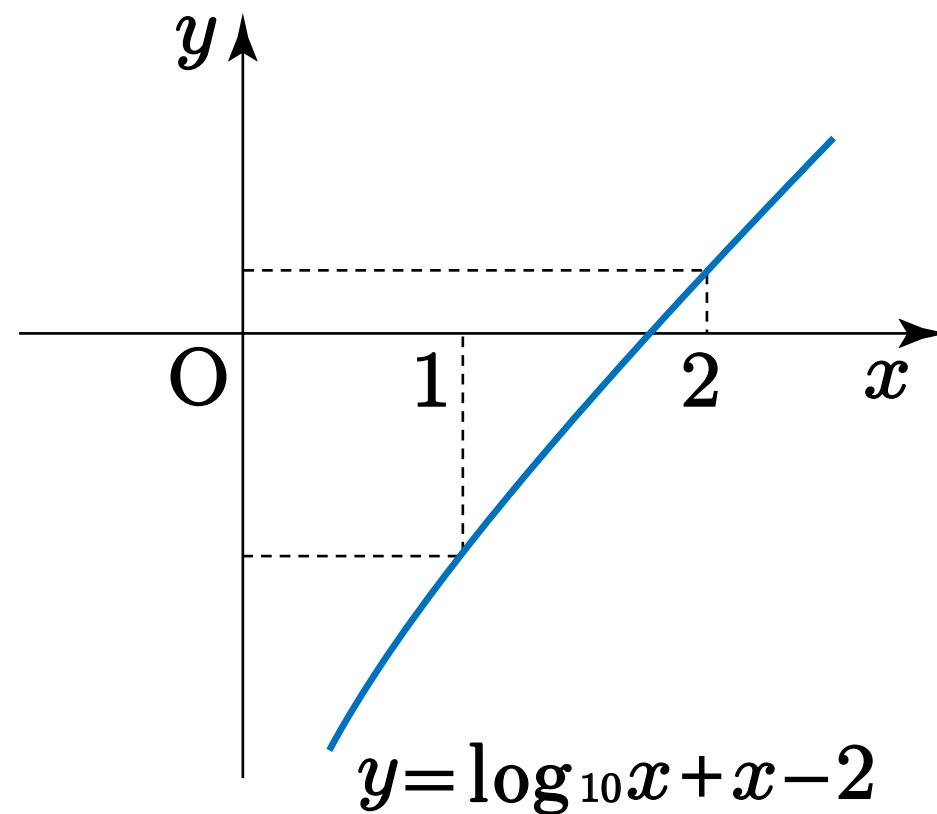
$$f(1) =$$

$$f(2) =$$

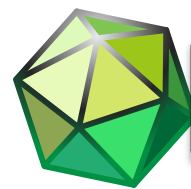
であるから、

$f(c) = 0, 1 < c < 2$ を満たす c が存在する。すなわち、方程式 $\log_{10} x + x - 2 = 0$

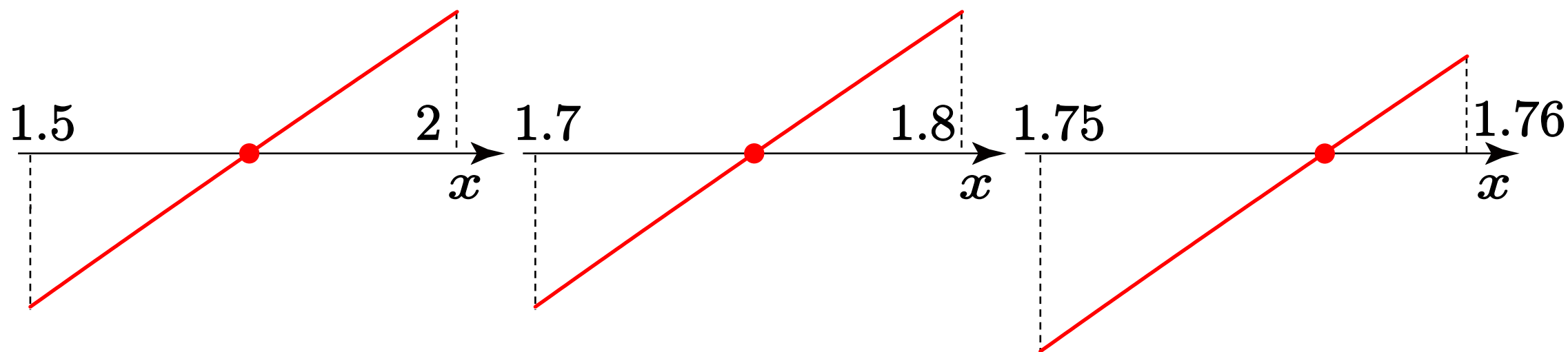
は、区間 $1 < x < 2$ に少なくとも一つの解をもつ。



 注 実は、ただ1つ！



【研究】 解の近似値を求めるには



$$\Rightarrow x = 1.75579499\dots$$