数学 III

第２章　「極限」

33. 関数の極限とグラフの連続性

hm3-2-33

(pdf ファイル)

極限の学習マップ

関数の極限

$x \to \infty$ のときの極限

- 収束と発散
- $\lim_{x \to \infty}$ の性質
- $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形
  (発散の速度)

理論上重要な極限値

- $\lim_{x \to \infty} a^x$
- $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- $\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

$x \to \alpha$ のときの極限

- 収束と発散
- $\frac{0}{0}$ の不定形
  (収束の速度)
- 片側極限

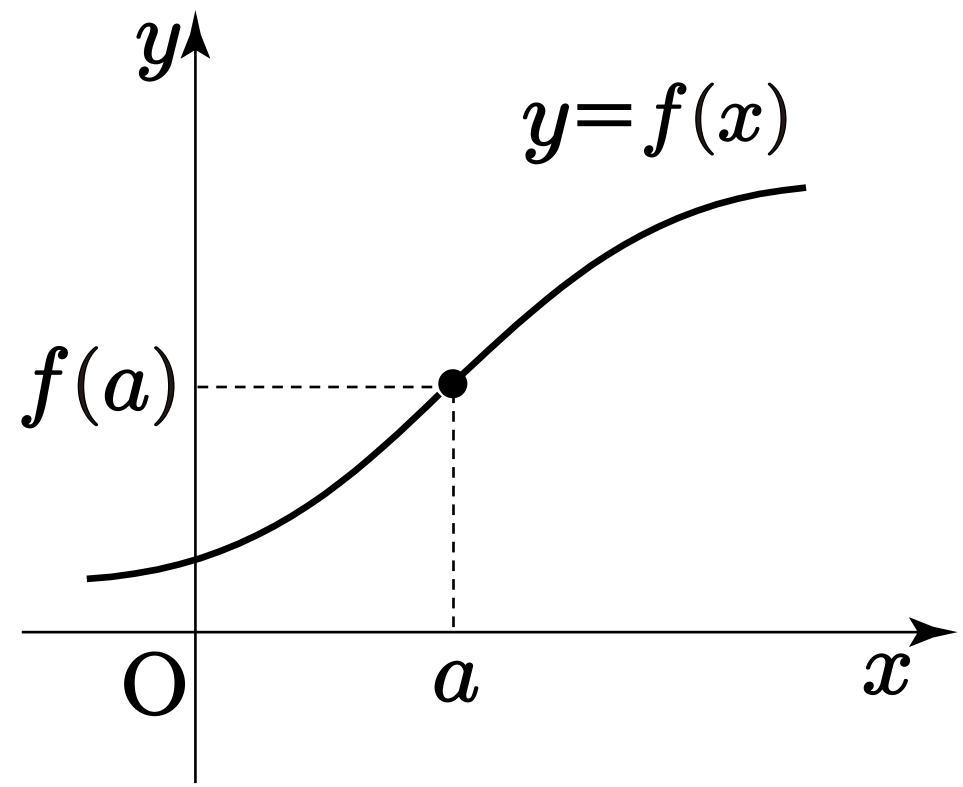
関数の連続性

- 点連続
- 片側連続性
- 区間連続
- 中間値の定理

関数の極限とグラフの連続性

関数 $f(x)$ において，x が a と異なる値をとりながら a に近づいたときの値，すなわち，極限 $\lim_{x \to a} f(x)$ の値が存在し，関数値 $f(x)$ の値と一致するとき，すなわち，

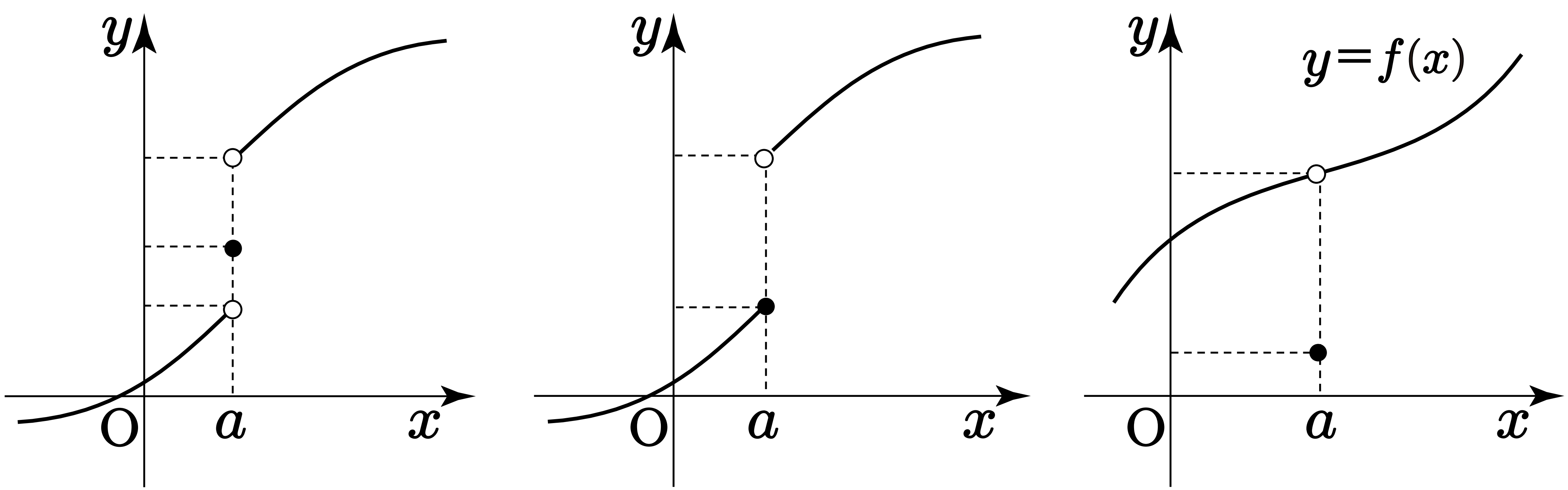
$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$



のとき，関数 $y = f(x)$ の グラフは，$x = a$ で切れ目なくつながっている．

不連続なグラフ

極限 $\lim_{x \to a} f(x)$ の値が存在しないときや，存在しても，関数値 $f(x)$ の値と一致しないときは，関数 $y = f(x)$ は，$x = a$ で "切れ目" があるグラフになる．



目に見えない切れ目をもつ関数

$y = \sin\dfrac{1}{x}$ は，$x = 0$ で "滅茶滅茶に不連続" な関数である.