

第2章 「極限」

3. 数列の極限
ー特に等比数列の極限

hm3-2-3

(pdf ファイル)

数列の極限の学習マップ

- ・ 基礎概念

収束と発散

極限值

∞ (無限大)

- ・ $\lim_{n \rightarrow \infty}$ の性質

- ・ $\infty - \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形

- ・ 等比数列の極限

- ・ 無限級数の定義

収束と発散

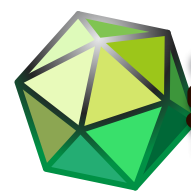
- ・ $\sum_{n=1}^{\infty}$ の性質

- ・ 無限等比級数

- ・ 無限級数の

収束の必要条件

発散の十分条件



基本的な等比数列の極限

数列 $\{r^n\}$ は

■ $r = \frac{3}{2}$ のとき

$$\left\{ \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \dots \right\}$$

となり, **正の無限大に発散**

■ $r = 1$ のとき

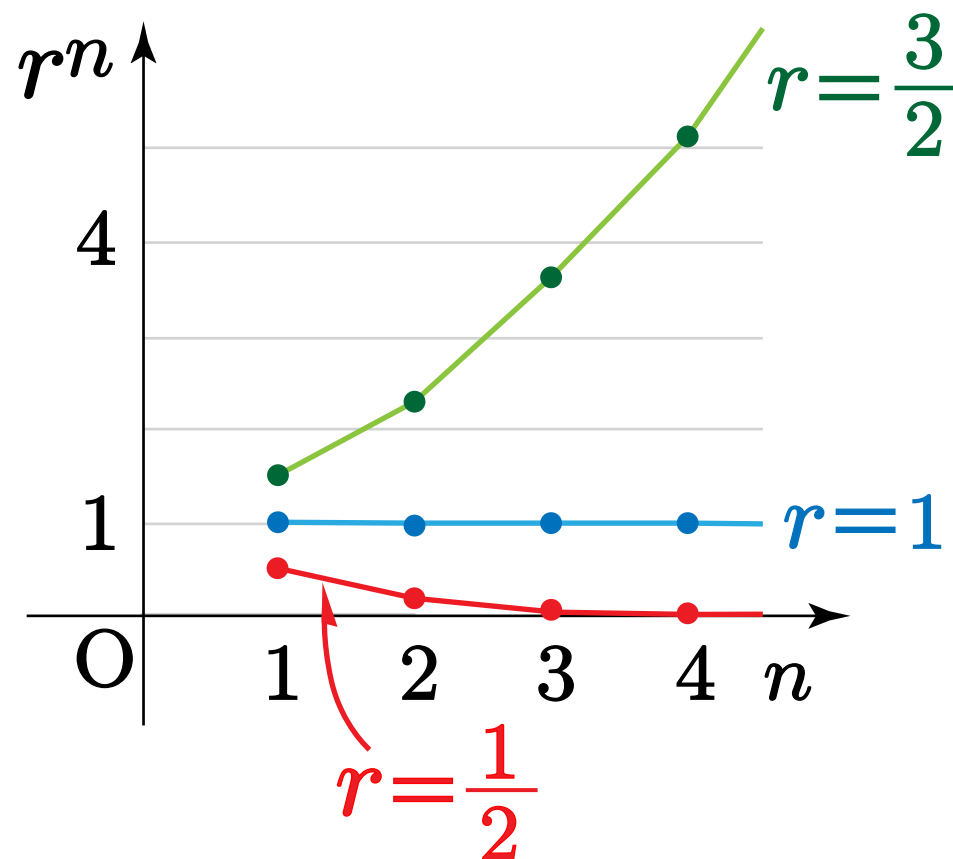
$$\{1, 1, 1, 1, 1, \dots\}$$

となり, **1 に収束**

■ $r = \frac{1}{2}$ のとき

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots \right\}$$

となり, **0 に収束**





基本的な等比数列の極限

■ $r = -\frac{1}{2}$ のとき

$$\left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{32}, \dots \right\}$$

となり, **0 に収束する**

■ $r = -\frac{3}{2}$ のとき

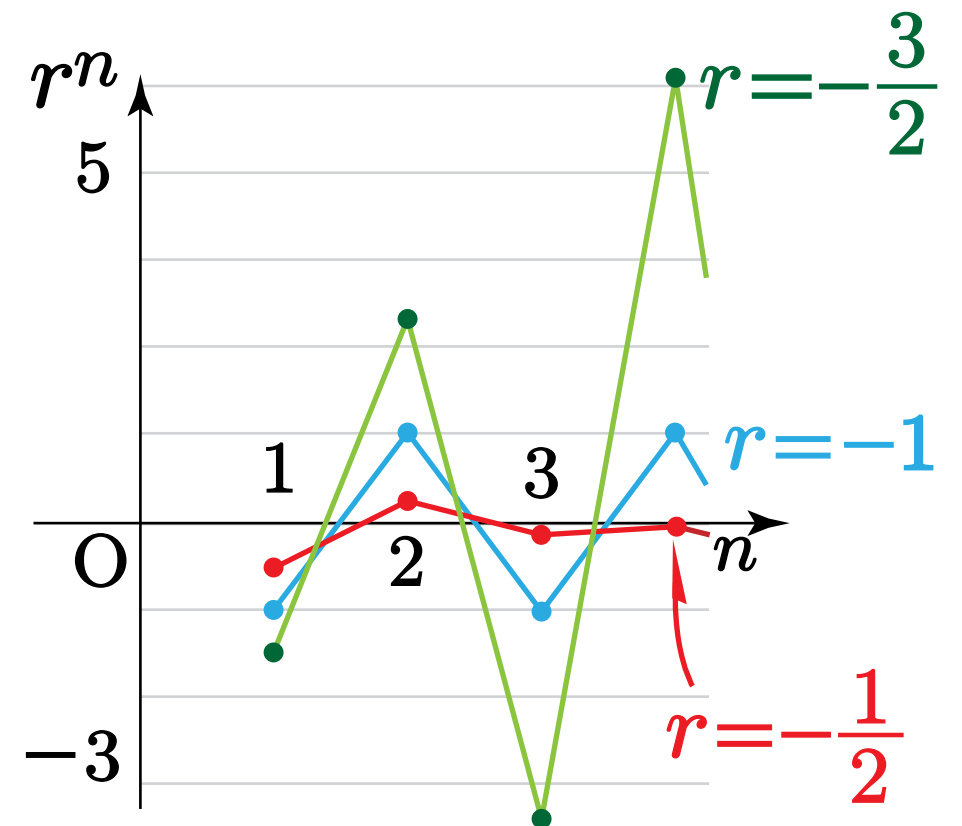
$$\left\{ -\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, -\frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \dots \right\}$$

となり, **発散する**

■ $r = -1$ のとき

$$\{-1, 1, -1, 1, -1, \dots\}$$

となり, **発散する**



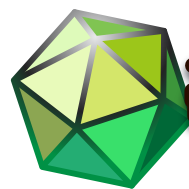


等比数列の極限のまとめ

等比数列 $\{r^n\}$ の極限について,

$$\text{収束} \begin{cases} |r| < 1 & \text{のとき, } \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0 \\ r = 1 & \text{のとき, } \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 1 \end{cases}$$

$$\text{発散} \begin{cases} r > 1 & \text{のとき, } \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty \\ r \leq -1 & \text{のとき, 振動する} \end{cases}$$



等比数列の極限の実践的なまとめ

数列 $\{r^n\}$ が収束 $\iff -1 < r \leq 1$

数列 $\{r^n\}$ が発散 $\iff |r| > 1$ または $r = -1$

数列 $\{ar^{n-1}\}$ が収束

$\iff a = 0$ または $-1 < r \leq 1$

数列 $\{ar^{n-1}\}$ が発散

$\iff a \neq 0$ かつ $(|r| > 1 \text{ または } r = -1)$