数学 III

第２章　「極限」

27. 対数関数の極限

hm3-2-27

(pdf ファイル)

EDUPA

極限の学習マップ

関数の極限

$x \to \infty$ のときの極限

- 収束と発散
- $\displaystyle\lim_{x\to\infty}$ の性質
- $\dfrac{\infty}{\infty}$ の不定形
  （発散の速度）

$x \to \alpha$ のときの極限

- 収束と発散
- $\dfrac{0}{0}$ の不定形
  （収束の速度）
- 片側極限

理論上重要な極限値

- $\displaystyle\lim_{x\to\infty} a^x$
- $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- $\displaystyle\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

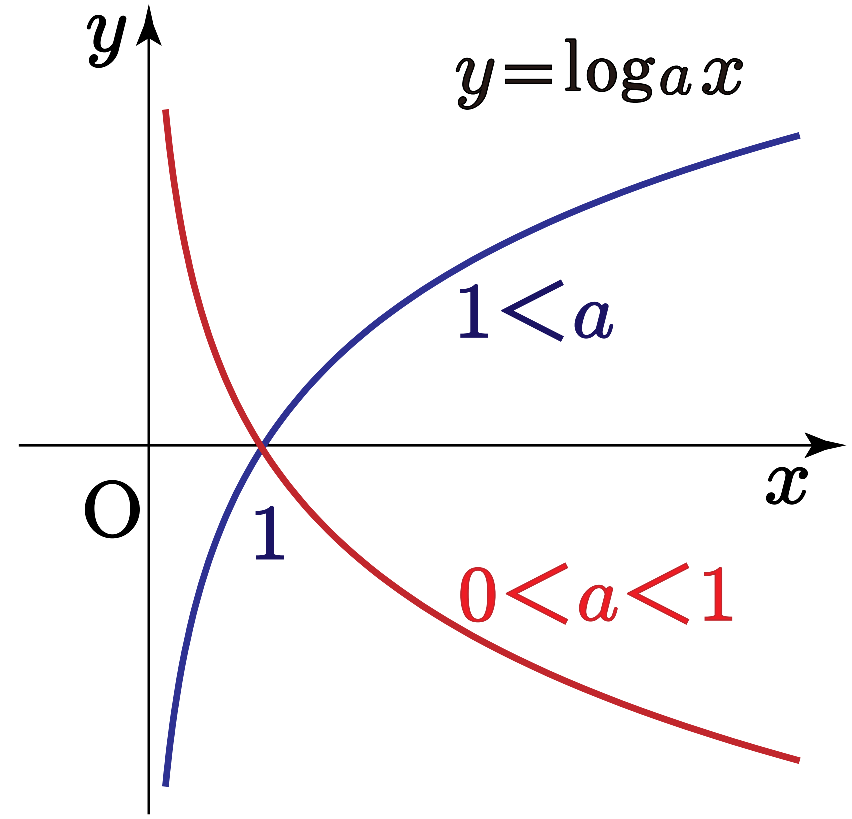
関数の連続性

- 点連続
- 片側連続性
- 区間連続
- 中間値の定理

対数関数の基本的極限

1 でない正の定数 a を底とする対数関数 $y=\log_a x$ は，区間 $x>0$ で定義される．

極限についての次の関係は，対数関数の意味 (指数関数の逆) を考えれば自明である．



対数関数 $y=\log_a x$ の極限

$1<a$ のとき

$$\lim_{x\to+0}\log_a x = \qquad\qquad \lim_{x\to\infty}\log_a x =$$

$0<a<1$ のとき

$$\lim_{x\to+0}\log_a x = \qquad\qquad \lim_{x\to\infty}\log_a x =$$

【発展】対数関数の発展的極限

　対数関数の極限に関して，ただちに理解できない次のような難しい極限もある．たとえば，$a>1$ のとき

◪ $$\lim_{x\to+0} x\log_a x$$

◪ $$\lim_{x\to\infty} \frac{\log_a x}{x}$$

◪ $$\lim_{x\to\infty} x\log_a\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

　これらは，0，∞，$\dfrac{\infty}{\infty}$，$\infty\cdot 0$ の不定形をしているので，現段階では求めることはできないが，やがて論じることができるようになる．