数学 III

第２章　「極限」

25. 関数についてのはさみうちの原理

hm3-2-25

(pdf ファイル)

関数の極限についての「挟み撃ちの原理」

極限の性質

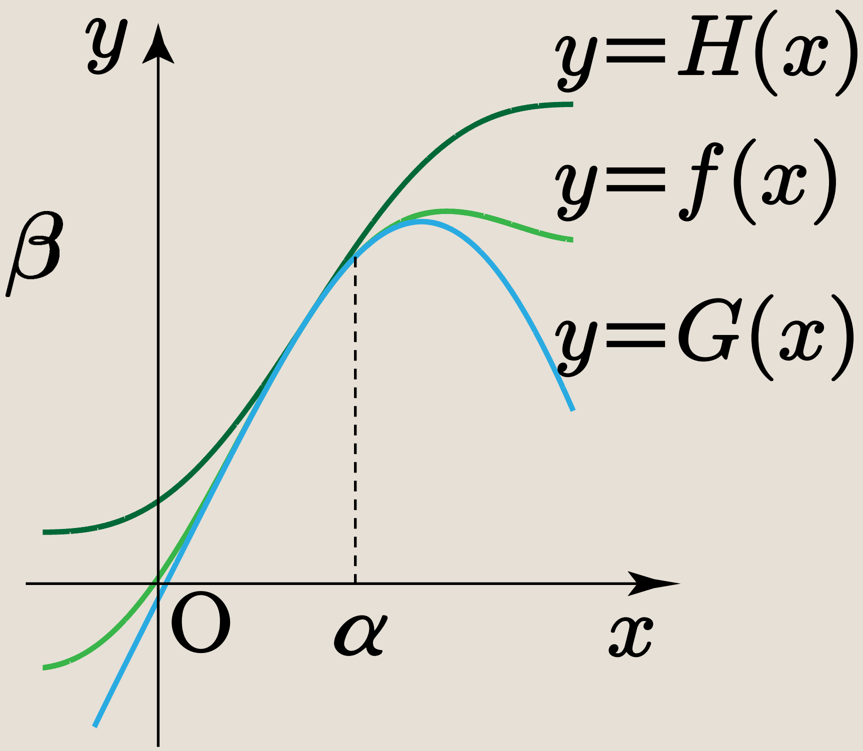
関数 $f(x), G(x), H(x)$ において，

$$G(x) \leqq f(x) \leqq H(x)$$

$$\lim_{x \to \alpha} G(x) = \lim_{x \to \alpha} H(x) = \beta$$

ならば

$$\lim_{x \to \alpha} f(x) = \beta$$



関数の極限についての「追い出しの原理」

関数 $f(x), G(x), H(x)$ において,

「$G(x) \leqq f(x)$　かつ　$\displaystyle\lim_{x \to \alpha} G(x) = \infty$」

ならば「$\displaystyle\lim_{x \to \alpha} f(x) = \infty$」

「$f(x) \leqq H(x)$　かつ　$\displaystyle\lim_{x \to \alpha} H(x) = -\infty$」

ならば「$\displaystyle\lim_{x \to \alpha} f(x) = -\infty$」

も成り立つ.

例題

極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$ を調べよ.

【解】$x \fallingdotseq 0$ のとき

$$\left|\, x\sin\frac{1}{x}\,\right|$$

参考　関数 $y = x\sin\dfrac{1}{x}$ のグラフは，右の図のようになる．このグラフは 2 直線 $y = x$, $y = -x$ の間にはさまれており，$x = 0$ に近づくにつれて，y の値は限りなく激しく振動しながらも 0 に近づいていく．