

第2章 「極限」

24. 極限の存在条件

hm3-2-24

(pdf ファイル)

極限の存在条件

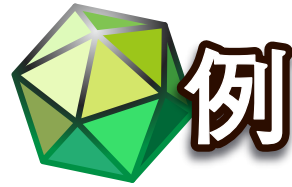
片側極限と極限の関係は，次のようにまとめられる．

$\lim_{x \rightarrow \alpha+0} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow \alpha-0} f(x)$ がともに存在して，それらが一致するとき，その値が $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$ である．

いいかえると，

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \beta$$
$$\iff \lim_{x \rightarrow \alpha+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha-0} f(x) = \beta$$

注 $\lim_{x \rightarrow \alpha-0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \alpha+0} f(x)$ のいずれかが存在しないとき，また両者が存在しても等しくないときは， $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$ は存在しない．



極限 $\lim_{x \rightarrow 0} |x|$ を調べよう.

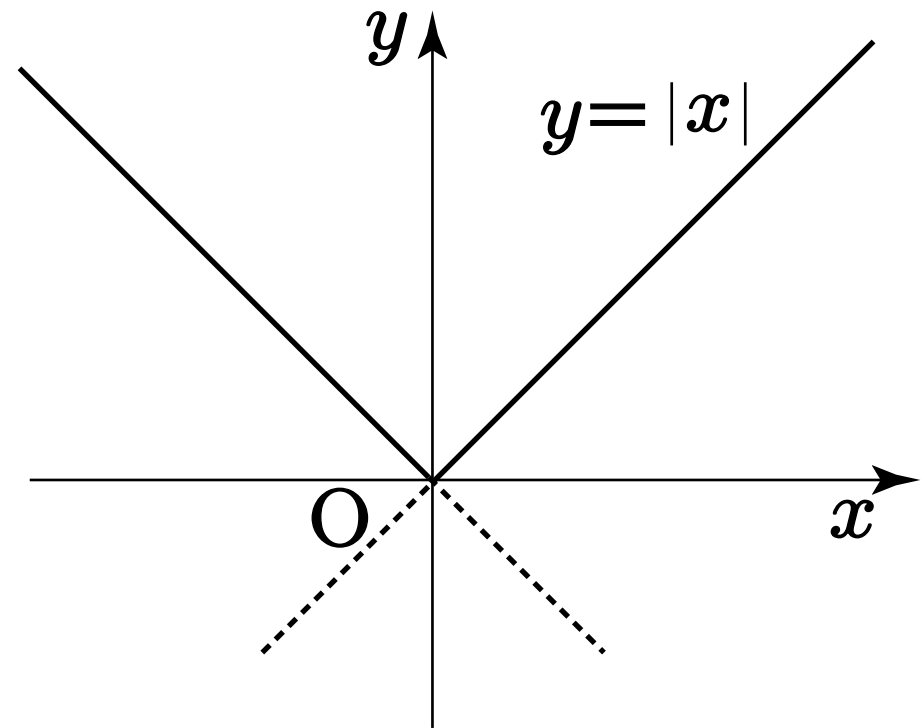
$x > 0$ のとき, $|x| = x$ であるから,

$$\lim_{x \rightarrow +0} |x| = \lim_{x \rightarrow +0} x = 0$$

$x < 0$ のとき, $|x| =$ で
あるから,

$$\lim_{x \rightarrow -0} |x| = \lim_{x \rightarrow -0}$$

よって, $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$



ガウス記号で定義された関数

実数 x に対して, “ x を超えない最大の整数” を,
記号 $[x]$ で表す.

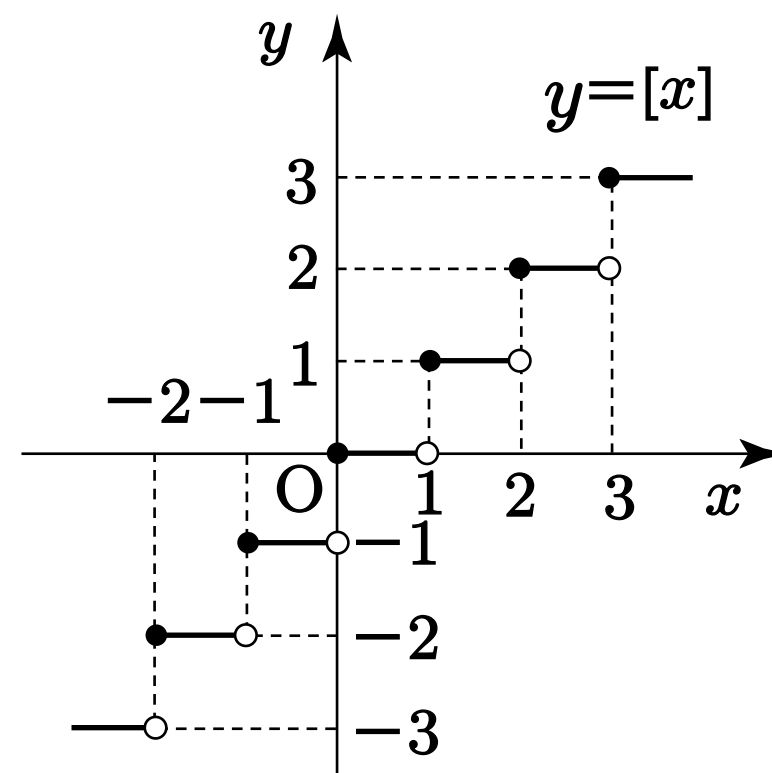
$$0 \leq x < 1 \text{ のとき, } [x] = 0$$

$$1 \leq x < 2 \text{ のとき, } [x] = 1$$

であるから,

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} [x] = \lim_{x \rightarrow 1+0} [x] =$$

となる. よって, $\lim_{x \rightarrow 1} [x]$ は



注 この意味で使うとき, 記号 $[\]$ を「ガウス記号」という.