

第2章 「極限」

17. $x \rightarrow \pm\infty$ の極限

hm3-2-17

(pdf ファイル)

数列の極限の学習マップ

- 基礎概念

 - 収束と発散

 - 極限值

 - ∞ (無限大)

- $\lim_{n \rightarrow \infty}$ の性質

- $\infty - \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形

- 等比数列の極限

- 無限級数の定義

 - 収束と発散

- $\sum_{n=1}^{\infty}$ の性質

- 無限等比級数

- 無限級数の

 - 収束の必要条件

 - 発散の十分条件

極限の学習マップ

関数の極限

$x \rightarrow \infty$ のときの極限

- ・収束と発散
- ・ $\lim_{x \rightarrow \infty}$ の性質
- ・ $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形
(発散の速度)

$x \rightarrow \alpha$ のときの極限

- ・収束と発散
- ・ $\frac{0}{0}$ の不定形
(収束の速度)
- ・片側極限

理論上重要な極限值

- ・ $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x$
- ・ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- ・ $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

関数の連続性

- ・点連続
- ・片側連続性
- ・区間連続
- ・中間値の定理

$x \rightarrow \infty$ のときの関数の極限 — 収束のとき

関数 $f(x)$ において、実数 x が限りなく大きくなる
とき、 $f(x)$ がある一定の値 β に限りなく近づくなら、

「 $x \rightarrow \infty$ のとき、 $f(x)$ は β に収束する」

といい、このことを、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \beta$$

または、

$$x \rightarrow \infty \text{ のとき、 } f(x) \rightarrow \beta$$

と表す。

この定数 β を、 $x \rightarrow \infty$ のときの関数 $f(x)$ の **極限值**
という。



$x \rightarrow \infty$ のときの関数の極限 — 発散のとき

$x \rightarrow \infty$ のとき、 $f(x)$ がどのような値にも収束しない場合には、「 $x \rightarrow \infty$ のとき、 $f(x)$ は **発散** する」という。

とくに、 $f(x)$ が限りなく大きくなるなら、「 $x \rightarrow \infty$ のとき、 $f(x)$ は **正の無限大に発散する**」といい、次のように書く。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

また、 $f(x)$ が負の値をとって、その絶対値が限りなく大きくなるなら、「 $f(x)$ は **負の無限大に発散する**」といい、次のように書く。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

$x \rightarrow -\infty$ のときの極限

x が負の値をとって、 $|x|$ が限りなく大きくなる極限、すなわち $x \rightarrow -\infty$ のときの極限について

- 有限確定値に収束：

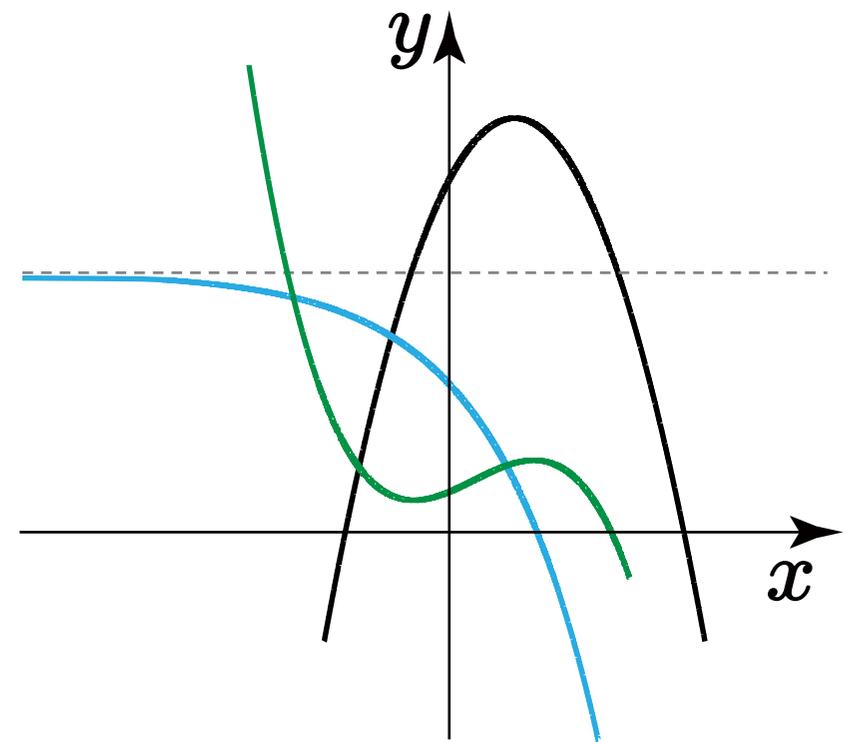
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \beta$$

- 正の無限大に発散：

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

- 負の無限大に発散：

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$



なども同様に定義される。



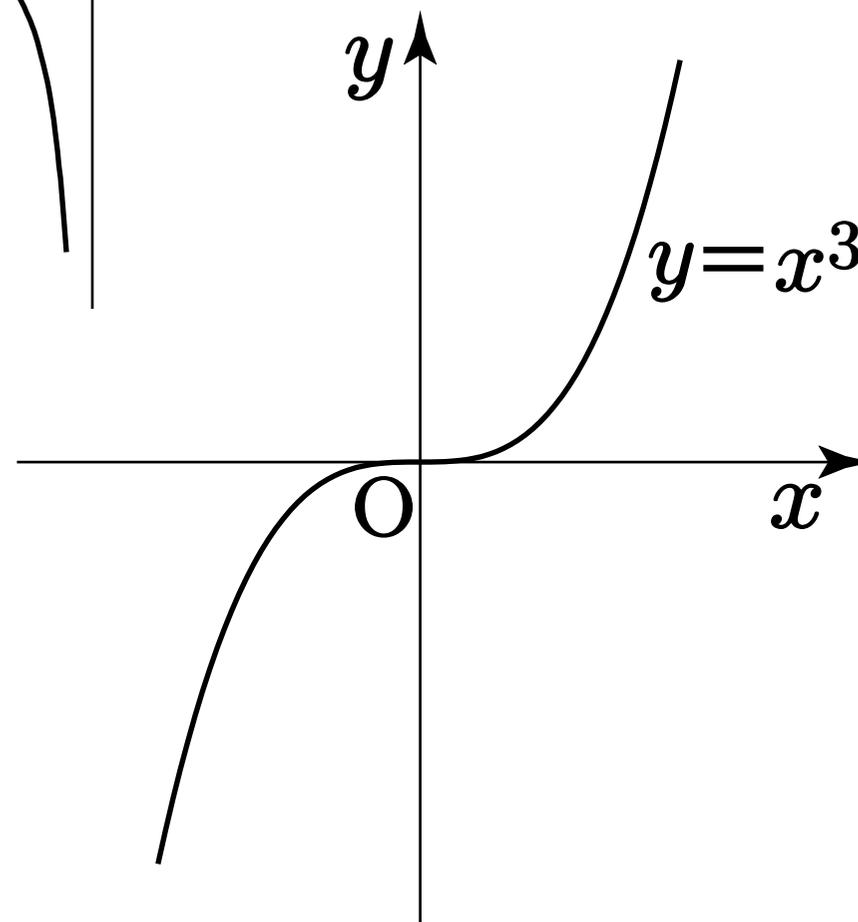
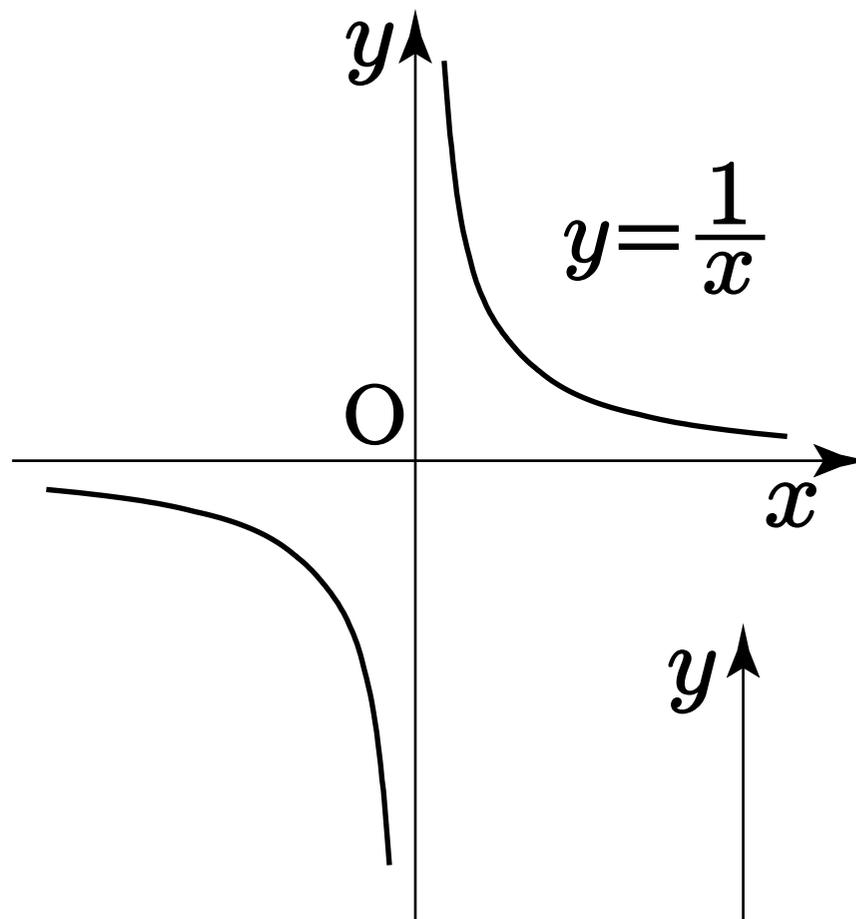
$x \rightarrow \pm\infty$ のときの関数の極限の例(1)

■ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} =$

■ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} =$

■ $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 =$

■ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 =$



$x \rightarrow \pm\infty$ のときの関数の極限の例(2)

■ $x \sin x$ は, $x \rightarrow \infty$ および $x \rightarrow -\infty$ で発散する.

しかし, いずれの場合も, 正の無限大に発散するわけでも負の無限大に発散するわけでもない.

