

第2章 「極限」

15. 無限等比級数の線型性

hm3-2-15

(pdf ファイル)

数列の極限の学習マップ

- ・ 基礎概念

収束と発散

極限值

∞ (無限大)

- ・ $\lim_{n \rightarrow \infty}$ の性質

- ・ $\infty - \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形

- ・ 等比数列の極限

- ・ 無限級数の定義

収束と発散

- ・ $\sum_{n=1}^{\infty}$ の性質

- ・ 無限等比級数

- ・ 無限級数の

収束の必要条件

発散の十分条件

無限級数の性質

数列の極限値の基本性質から，無限級数についての基本性質が導かれる．

無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ がいずれも収束するとき，

$$\sum_{n=1}^{\infty} c a_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (\text{ただし, } c \text{ は定数})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

(複号同順)

$\sum_{n=1}^{\infty}$ の線型性

無限級数の性質は、次の一つの式にまとめられる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n, \sum_{n=0}^{\infty} b_n \text{ がいずれも収束するとき,}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n) = \lambda \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

ただし、 λ, μ は定数である。



無限級数の線型性の応用例

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^{n+2}}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{3} \right)^n + 2^2 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n \right\}$$
$$=$$