

第2章 「極限」

10.【発展】数列による
自然対数の底

hm3-2-10

(pdf ファイル)

【発展】 利子の数理

年利率 r で預金したとき，中間利子を受け取らないいわゆる複利方式の場合， k 年後の **元利合計** は元金の $(1 + r)^k$ 倍になる，というのが一般的な理解であろう。

しかし，同じ年利率でも，利子の計算が

半年ごとになされるときには， $\left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2k}$ 倍

3ヶ月ごとになされるときには， $\left(1 + \frac{r}{4}\right)^{4k}$ 倍
になる。

このように，一般に，1 年を n 等分した期間ごとに
なされるときには， $\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nk}$ 倍となる。

元利合計の限界

話を単純化するために, $r = 1$ (年利率 100%) とすると, 1年後の元利合計は, 元金に対して

1年複利では, $(1 + 1)^1 = 2$ 倍

半年複利では, $\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = 2.25$ 倍

3ヶ月複利では, $\left(1 + \frac{1}{4}\right)^4 = 2.44140625$ 倍

1日複利では, $\left(1 + \frac{1}{365}\right)^{365} = 2.714567 \dots$ 倍

である.

この増加に限界はないであろうか? 実は, ある. それは,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.7182818284590452 \dots$$