### 数学III

第1章「関数」

8. 無理方程式·無理不等式

hm3-1-8

(pdf ファイル)



### 例題

$$\sqrt{2x+3}=x$$
 を満たす実数  $x$  の値を求めよ.

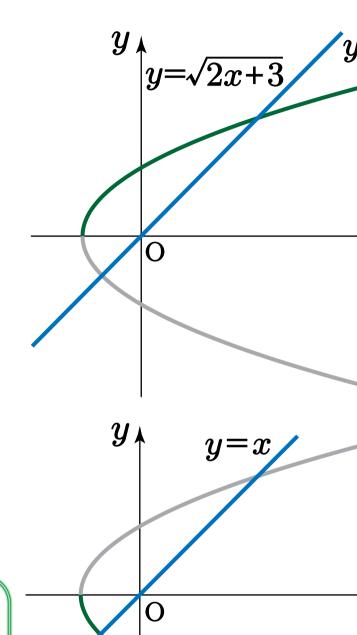
## 【解】 方程式の両辺を2乗して整理すると,

ゆえに、x= ここで、x= は与えられた方程式を満たさないが、x= は満たす. よって、求める解は x= である.

②巻)ここに現れた x=-1 を昔は「無縁根」と呼んだ.

# 一無理方程式の解とグラフ

方程式  $\sqrt{2x+3}=x$  の解は、 関数  $y=\sqrt{2x+3}$  のグラフと、 関数 y=x のグラフの共有点のx座標である.



 $y = -\sqrt{2x+3}$ 

$$x=-1$$
 は,方程式 $-\sqrt{2x+3}=x$ の解である.

グラフを用いると無縁根を直観 的に排除できる!

## 「発展」無理不等式の同値変形による解決

一般に、実数 X, Y について

$$\sqrt{X} > Y$$

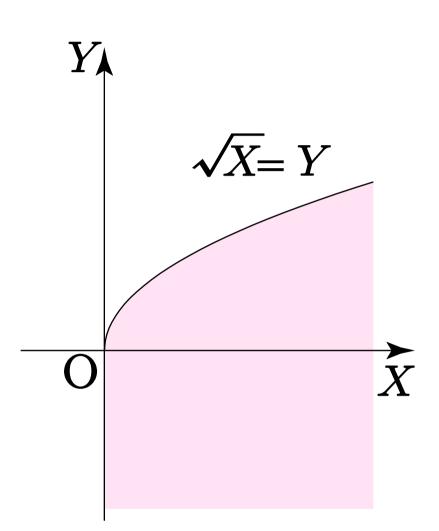
は,

$$(X>Y^2$$
 かつ  $Y\geqq 0)$ または  $(X\geqq 0$  かつ  $Y<0)$ 

と同値である.

よって,

$$\sqrt{2x+3} > x$$



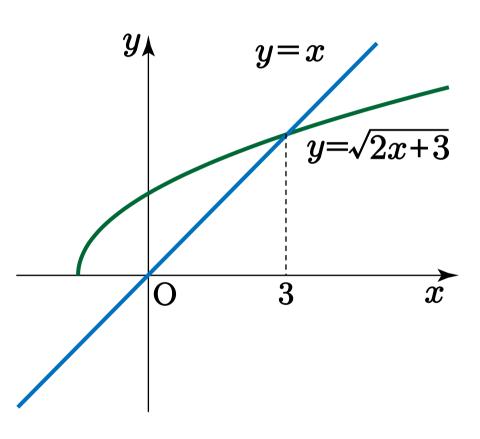
## 例題

## グラフを利用して、不等式 $\sqrt{2x+3}>x$ を解け.

【解】不等式  $\sqrt{2x+3} > x$  の解は,

関数  $y = \sqrt{2x + 3}$  のグラフが関数 y = x のグラフよりにあるようなxの値の範囲である.

したがって



## 「発展」無理不等式の同値変形による解決

一般に、実数 X, Y について

$$\sqrt{X} > Y$$

は,

$$(X>Y^2$$
 かつ  $Y\geqq 0)$ または  $(X\geqq 0$  かつ  $Y<0)$ 

と同値である.

よって,

$$\sqrt{2x+3} > x$$

