

数学Ⅲ

第1章 「関数」

4. 無理関数のグラフ

hm3-1-4

(pdf ファイル)

無理関数

$$\sqrt{2x}, \quad \sqrt[3]{x+2}, \quad 1 + \sqrt[4]{x^2+1}, \quad \dots$$

のように、根号内に文字をふくむ式を無理式といい、変数の無理式で表される関数を **無理関数** という。

無理関数の中で、最も基本的な、

$$y = \sqrt{x}, \quad y = \sqrt{-x}, \quad y = -2\sqrt{x+1}, \quad \dots$$

のように、 x の1次式の平方根を使って表される無理関数を考えよう。

参考 多項式やその分数で表される式を有理式といい、変数の有理式で表される関数を有理関数という。有理関数と無理関数を合わせてもすべての関数をカバーできない。

三角関数や指数・対数関数！

関数 $y = \sqrt{x}$

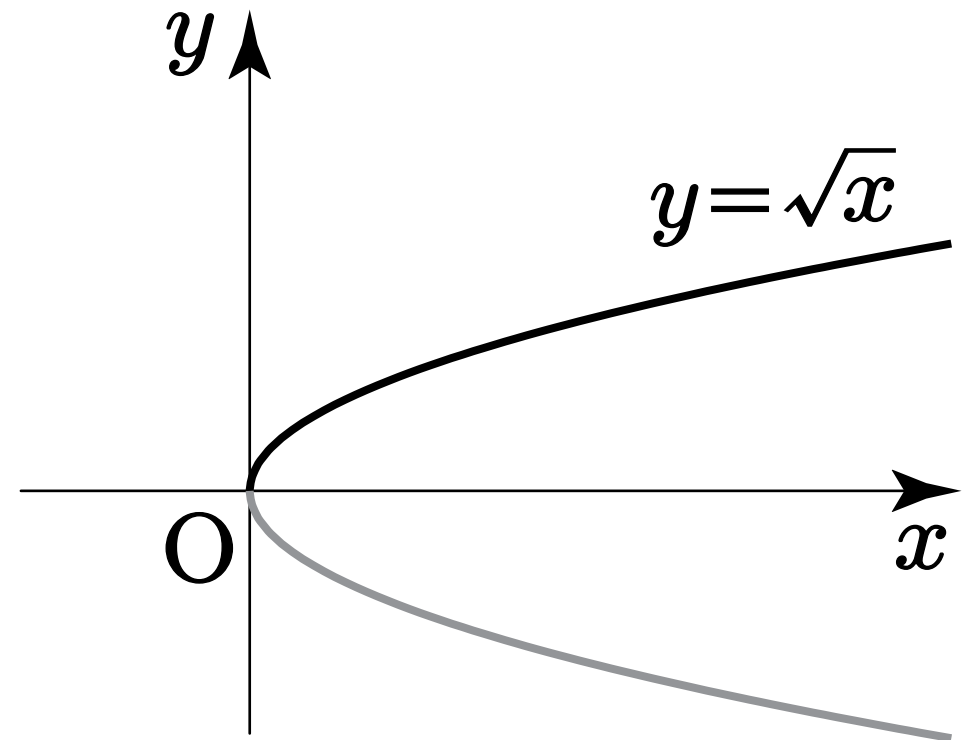
$$y = \sqrt{x} \dots \textcircled{1} \text{ は}$$

$$\begin{cases} y^2 = x \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

と同値である.

② は, 放物線 $y = x^2$ を, 直線 $y = x$ に関して対称移動したものである.



したがって, ① のグラフは, この放物線の ③ を満たす部分である.



関数 $y = -\sqrt{x}$

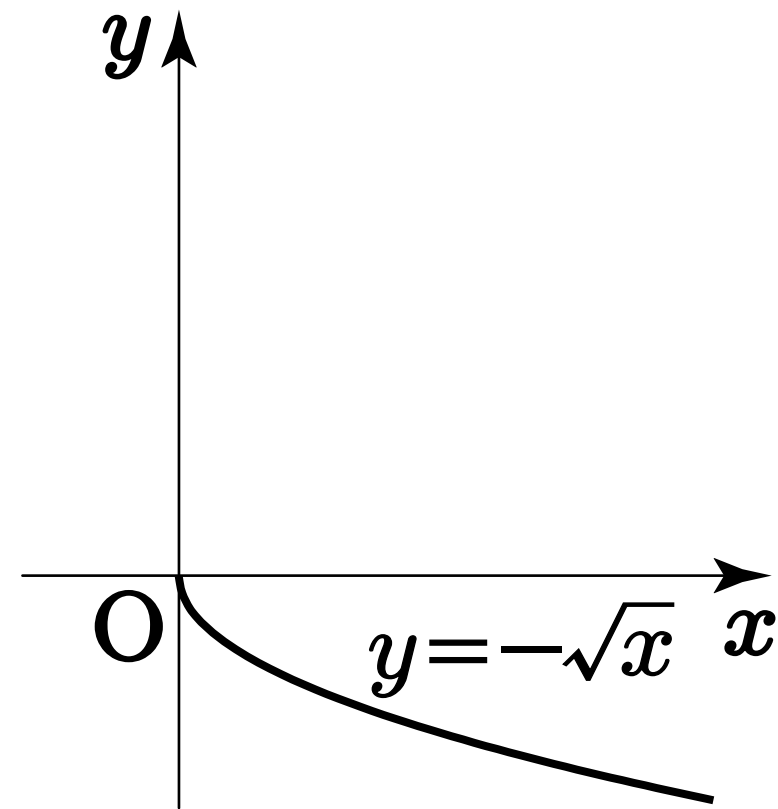
$$y = -\sqrt{x} \dots \textcircled{1} \text{ は}$$

$$\begin{cases} x = y^2 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 0 \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

と同値である.

したがって, $\textcircled{1}$ のグラフ
は, 放物線 $\textcircled{2}$ の $\textcircled{3}$ を満た
す部分である.



研究

曲線 $y = \sqrt{x}$ と, $y = -\sqrt{x}$ の関係は,
 $C_0 : y = f(x)$ と $C_1 : y = -f(x)$ の関係に一般化
できる.