

第 6 章 「微分法と積分法」

22. 定積分の概念

hm2-6-22


(pdf ファイル)

「定積分」

関数 $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ に対し, $F(b) - F(a)$ の値は原始関数 $F(x)$ の選び方に依らない.

そこでこれを関数 $f(x)$ の a から b までの **定積分** (definite integral) といい, 記号 $\int_a^b f(x) dx$ で表す.

定積分 $\int_a^b f(x) dx$ を求めることを, 関数 $f(x)$ を, **a から b まで積分する** といい, a, b をそれぞれこの定積分の **下端**, **上端** という.

 **注** 定積分 $\int_a^b f(x) dx$ において, $a < b$ とは限らない!

定積分の実用的表現

$F(b) - F(a)$ を $\left[F(x) \right]_a^b$ と書く。

定積分の実用的表現

$f(x)$ の原始関数の1つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x) dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

例 $f(x) = x$ とすると、その原始関数として
 $F(x) =$ がとれるので、

$$\int_1^3 x dx =$$



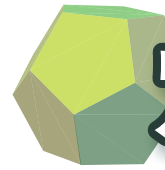
定積分と積分変数

定積分 $\int_a^b f(x) dx$ が、 $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を用いて、 $F(b) - F(a)$ と計算されることから、積分記号に登場する積分変数 x は、積分値にはまったく影響しない。いいかえれば、積分変数は別の文字に置き換えることができる。

たとえば、 $\int_0^1 x^2 dx$ は、 $\int_0^1 t^2 dt$ や $\int_0^1 y^2 dy$ と表すこともできる。どれも、 $\frac{1}{3}$ という値に等しい。

与えられた関数 $f(x)$ に対し、

定積分 $\int_a^b f(x) dx$ は、 a と b の関数である。



定積分の計算例

$$(1) \int_0^3 (x^2 - 2) dx =$$

$$(2) \int_{-1}^2 (3x^2 - 4x + 1) dx =$$

$$(3) \int_{-1}^2 (3t - 1)^2 dt =$$