数学 I

第４章　「図形と計量」

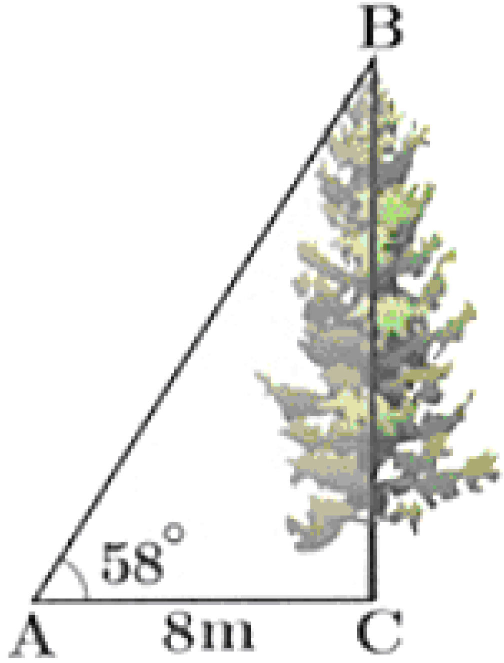
1. 三角比の源(鋭角の正接tan)

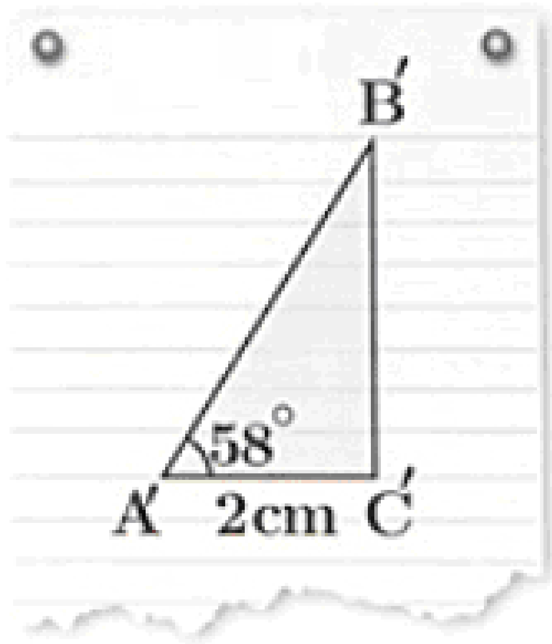
hm1-4-1

(pdfファイル)

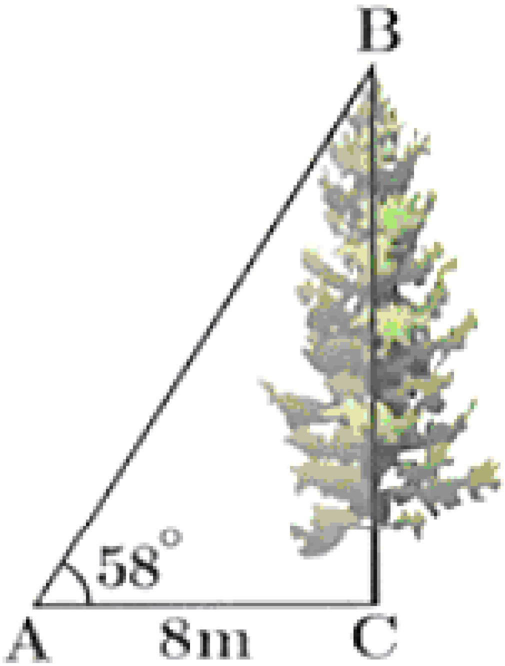
測量の考え方

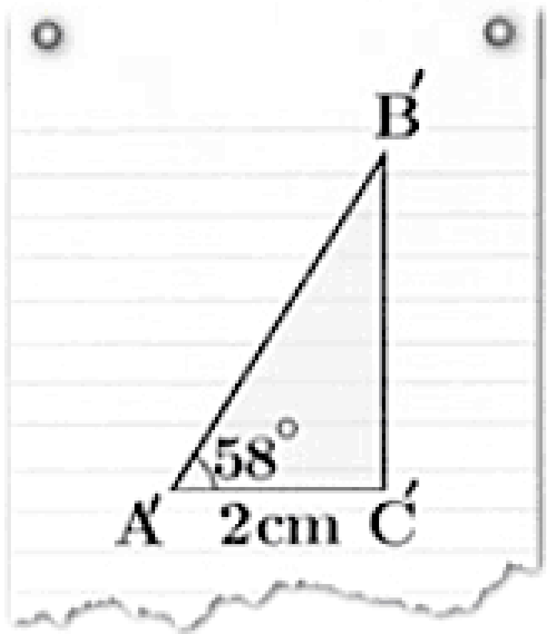
直立した木の根もとCから 8m 離れた地点Aにおいて，木の先端Bを見上げ，$\angle BAC$ の大きさを測量したら，58° であった.
これに合わせて，紙の上に
$A'C' = 2\text{cm}$，$\angle B'A'C' = 58^\circ$
である直角三角形 $A'B'C'(\angle C' = 90^\circ)$ を描き，辺 $B'C'$ の長さを実測すると，約 3.2cm となった.
これで木の高さ BC がわかる.





三角比の考え方の源泉





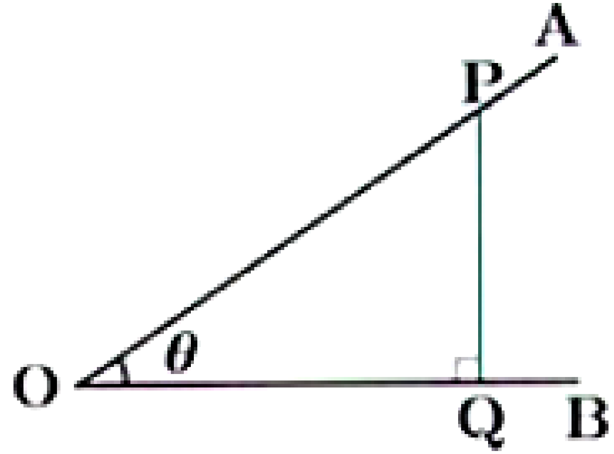
$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'} \fallingdotseq \frac{3.3}{2} = 1.6 \quad \Leftarrow \quad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

$$\because)\ \angle BAC = \angle B'A'C'$$

$$\angle BCA = \angle B'C'A'$$

正接とは(鋭角の場合)

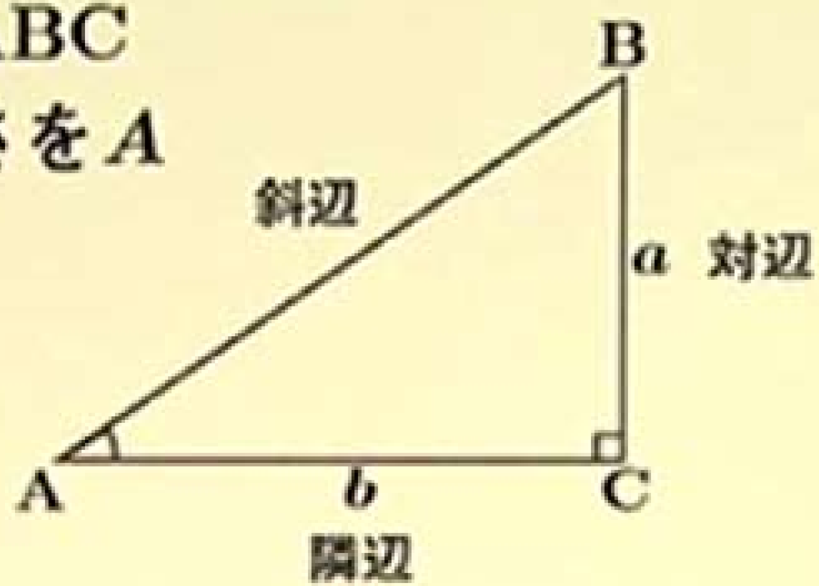
θ が鋭角，すなわち $0^\circ < \theta < 90^\circ$ であるとき，右の図のように2つの半直線 OA, OB のなす角が θ であれば，OA 上の点 $\mathrm{P}(\mathrm{P} \neq \mathrm{O})$ から OB に垂線 PQ をひくと，直角三角形 OPQ の辺の比の値 $\dfrac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{OQ}}$ は，点 P を動かしても一定である．いいかえると，角 θ の大きさだけで決まる．



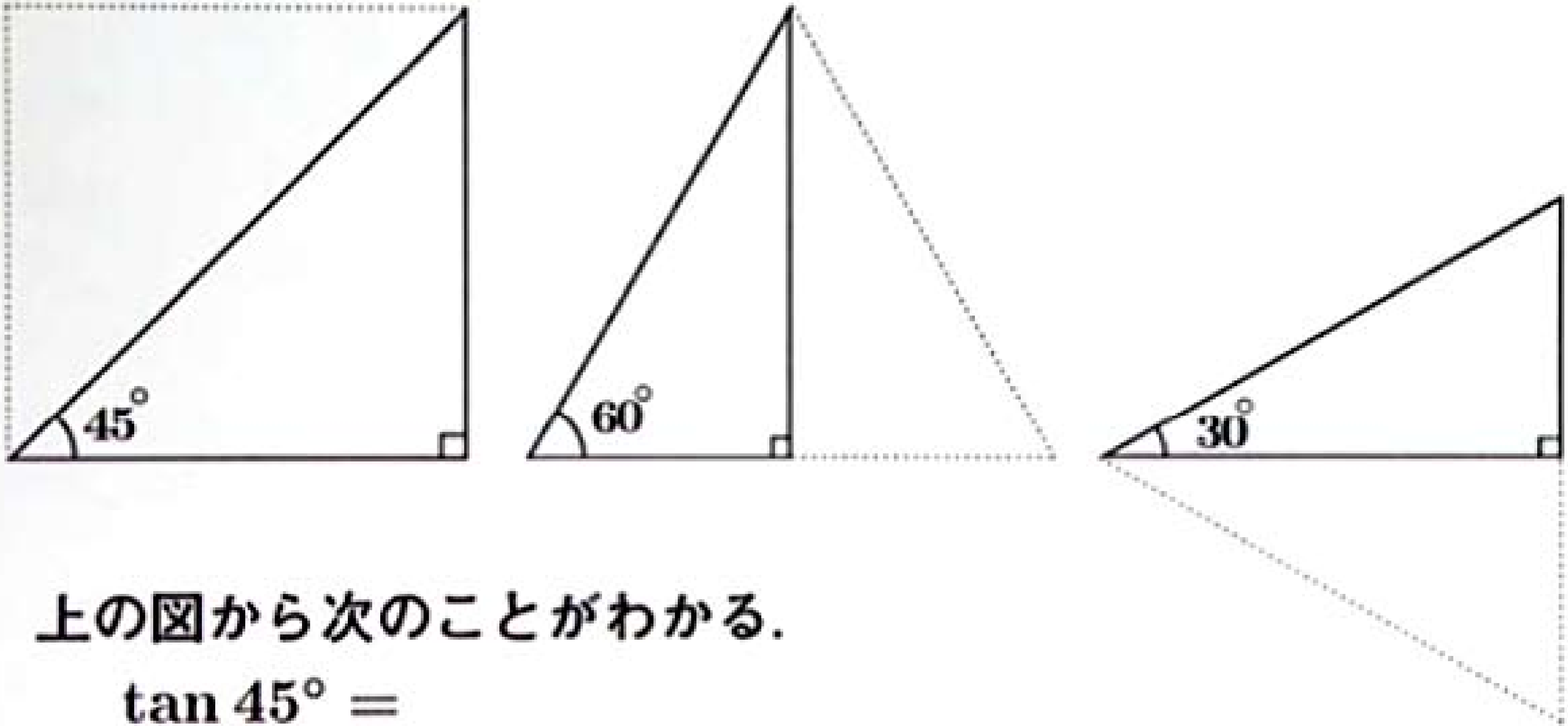
鋭角の正接の実際的定義

右の図の直角三角形ABCにおいて，$\angle \mathrm{A}$ の大きさをAと表すことにすると，

$$\tan A = \frac{a}{b}$$



特別の鋭角の正接 (tan) の値



上の図から次のことがわかる.

$\tan 45° =$

$\tan 60° =$

$\tan 30° =$

三角比の表

$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ などの特別な角以外の正接（タンジェント）の厳密な値は，初等的には求めることができない．近似的な値は，高等数学を用いて求めることができるので，それが，**三角比の表** として与えられている．

正接の値の表
（一部分）

θ	$\tan\theta$
0	0.0000
1	0.0175
2	0.0349
3	0.0524
4	0.0699
5	0.0875
6	0.1051
7	0.1228
8	0.1405
9	0.1584
10	0.1763
⋮	⋮

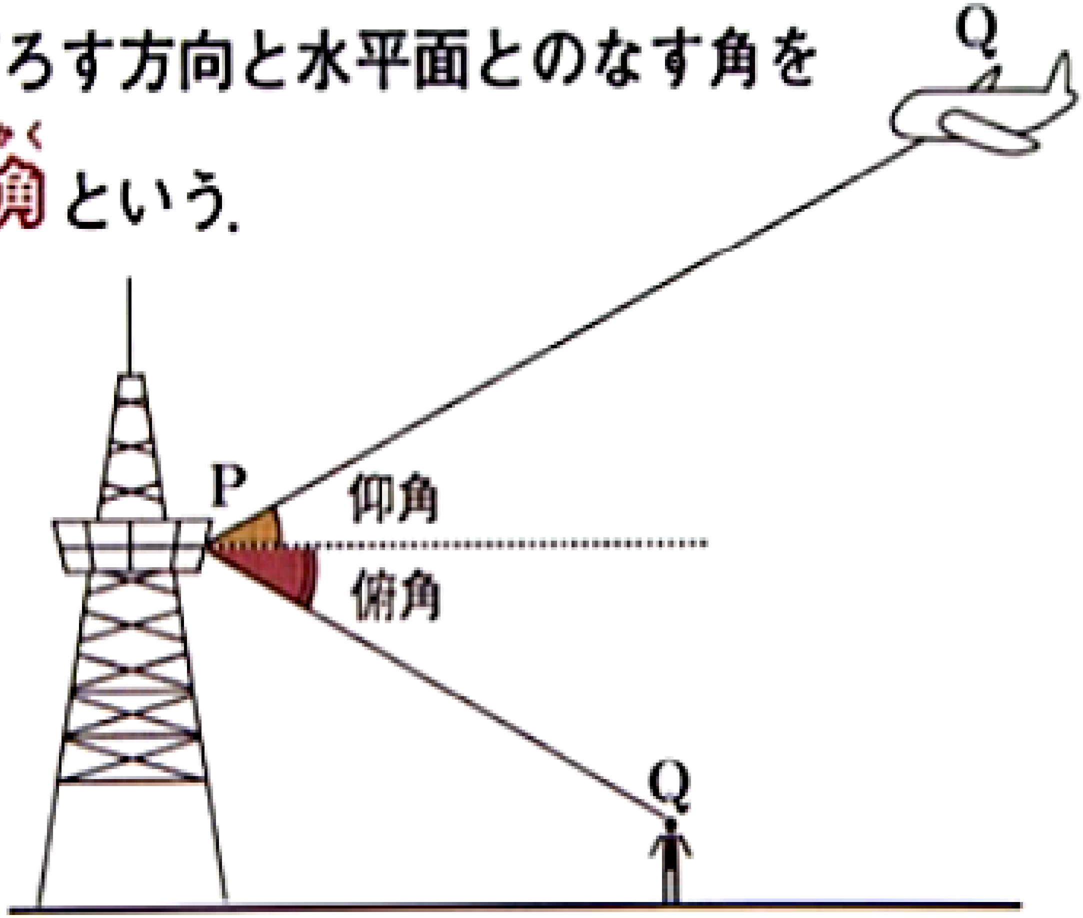
仰角と俯角

仰角：見上げる方向と水平面とのなす角を

仰角(ぎょうかく)という.

俯角：見下ろす方向と水平面とのなす角を

俯角(ふかく)という.



tanの基本的な応用例

ある建物から 8m 離れた地点で，
高さ 1.4m の位置から建物の上端の
仰角を計ったところ 31° であった．

$$\tan 31^\circ =$$

$$\mathrm{AC} = 8 \times \tan 31^\circ$$

$$=$$

であるから，

建物の高さ AB は $\mathrm{AC} + \mathrm{CB} \fallingdotseq$